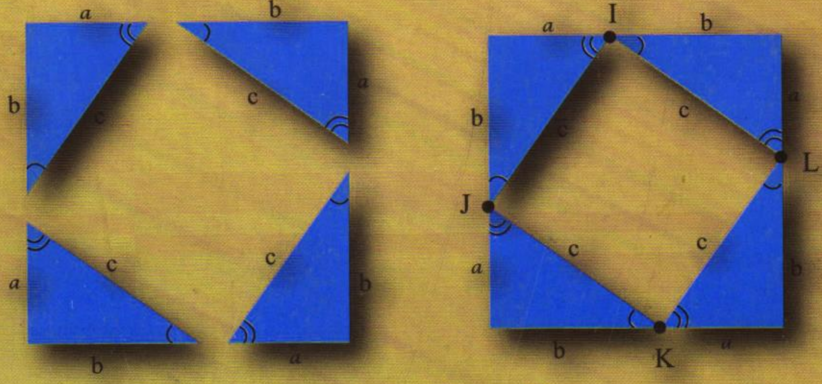
ហាមលក់
កម្មសិទ្ធិរបស់រដ្ឋ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

គណិតវិទ្យា

$P + P' = 1$

៩



$c^2 = a^2 + b^2$

គ្រឹះស្ថានបោះពុម្ពនិងចែកផ្សាយ

2013

អារម្ភកថា

គោលបំណងនៃគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី 9 ផ្ដល់ឱ្យសិស្សនូវបំណិនសំខាន់ៗដូចខាងក្រោម ។

1. ការគណនា

- ការរកឫសការេនិងឫសគូបនៃមួយចំនួន ការធ្វើប្រមាណវិធីទាំងបួនលើចំនួនអសនិទាន
- ការគណនាអត្រាការប្រាក់ អត្រាកំណើននិងតំហយ ការគណនាភាគរយនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយដែលអាចកើតឡើងតាមការគណនាប្រូបាប
- ការធ្វើប្រមាណវិធីទាំងបួនលើពហុធានិងកន្សោមសនិទាន
- ការគណនារង្វាស់ជ្រុងមុំព្រមទាំងគណនាផ្ទៃក្រឡានិងមាឌនៃរូបធរណីមាត្រ ។

2. ដំណោះស្រាយចំណោទ

- ដំណោះស្រាយចំណោទដោយប្រើសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាតនិងវិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត
- ដំណោះស្រាយចំណោទដោយប្រើប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានពីរអញ្ញាត ។

3. ការប្រើក្រាប

- ការបកស្រាយទិន្នន័យជាក្រាបសសរ អ៊ីស្តូក្រាម និងក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់
- ការបកស្រាយទំនាក់ទំនងរវាងទំហំពីរដោយបន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y = ax + b$ ។

4. ការធ្វើវិចារគណិតវិទ្យា

- ការប្រើអនុមានរួម ដោយឱ្យឧទាហរណ៍ជាលេខចំពោះសមីការនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ ដើម្បីបកស្រាយឱ្យឃើញថាបន្ទាត់ពីរកែងគ្នា កាលណាវាមានផលនៃមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង -1
- ការប្រើអនុមានញែក ដោយយករង្វាស់នៃធ្នូទូទៅណាមួយ ដើម្បីបកស្រាយឱ្យឃើញថា មុំចារឹកក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹងកន្លះរង្វាស់នៃធ្នូដែលវាស្កាត់ ។

គណៈកម្មការនិពន្ធ

បញ្ជីអត្ថបទ

មេរៀនទី 1 : ចំនួនអសនិទាន 01

មេរៀនទី 2 : សមាមាត្រ 17

មេរៀនទី 3 : កន្សោមពីជគណិត 27

មេរៀនទី 4 : សមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត 41

មេរៀនទី 5 : វិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត 51

មេរៀនទី 6 : បំណែងចែកប្រេកង់ 61

មេរៀនទី 7 : មធ្យមស្ថិតិ 75

មេរៀនទី 8 : ប្រូបាប 85

មេរៀនទី 9 : ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច 97

មេរៀនទី 10 : សមីការនៃបន្ទាត់ 105

មេរៀនទី 11 : ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី 1 មានពីរអញ្ញាត 121

មេរៀនទី 12 : ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ 135

មេរៀនទី 13 : រង្វង់និងបន្ទាត់ 143

មេរៀនទី 14 : លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់ 159

មេរៀនទី 15 : ទ្រឹស្តីបទតាលែស 181

មេរៀនទី 16 : ត្រីកោណដូចគ្នា 191

មេរៀនទី 17 : ពហុកោណ 213

មេរៀនទី 18 : សូលីត 223

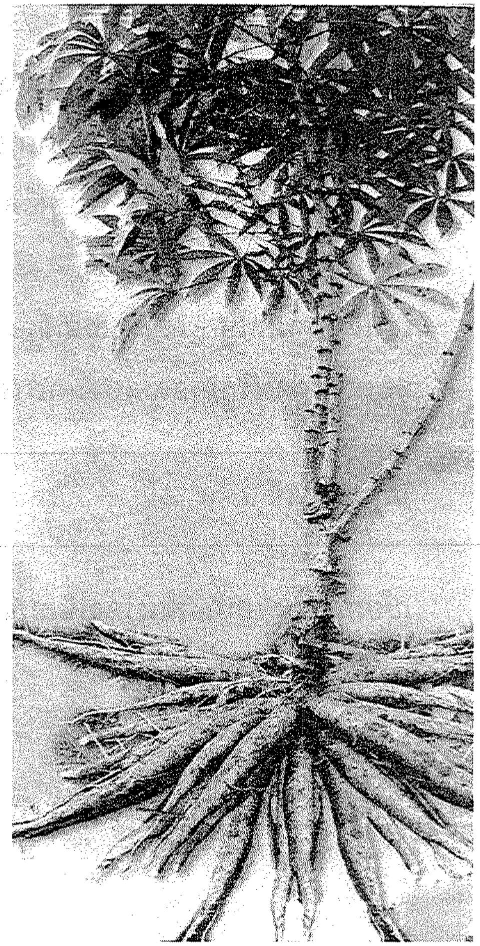
មេរៀនទី

1 ចំនួនអសនិទាន

វត្ថុបំណង

- ❑ រកឫសការេនៃមួយចំនួន ។
- ❑ រកឫសគូបនៃមួយចំនួន ។
- ❑ ធ្វើប្រមាណវិធីលើចំនួនអសនិទាន ។

1. ឫសការេ



រំលឹក 1. រក x ដែល $x+5=3$

$x = 3-5 = -2$

2. រក x ដែល $2x = 5$

$x = \frac{5}{2} = 2.5$

ចំនួន -2 , $\frac{5}{2}$, 2.5 ហៅថាចំនួនសនិទាន ។

មានករណីខ្លះចំនួនសនិទានពុំអាចបំពេញលក្ខខណ្ឌនៃសមីការបាន ។

ឧទាហរណ៍ទី 1 : រក x ដែល $x^2 = 9$

ដោយ $3^2 = 9$, $(-3)^2 = 9$

ដូចនេះ $x = 3$, $x = -3$

ចំនួន 3 និង -3 ជាឫសការេនៃ 9

ហេតុនេះការរកឫសការេនៃ 9 គឺរក x ដែល $x^2 = 9$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : រក x ដែល $x^2 = \frac{25}{4}$

ដោយ $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$, $\left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

ដូចនេះ $x = \frac{5}{2}$, $x = -\frac{5}{2}$

ចំនួន $\frac{5}{2}$, $-\frac{5}{2}$ ជាឬសការេនៃ $\frac{25}{4}$

គេអាចថា $\frac{25}{4}$ មានឬសការេពីរផ្ទុយគ្នាគឺ $\frac{5}{2}$ និង $-\frac{5}{2}$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 3 : រក x ដែល $x^2 = 3$

បើឱ្យ $x = 1$ $\quad 1^2 = 1 < 3$

បើឱ្យ $x = \frac{3}{2} = 1.5$ $\quad \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 2.25 < 3$

បើឱ្យ $x = \frac{5}{3} = 1.66$ $\quad \left(\frac{5}{3}\right)^2 = 2.77 < 3$

បើឱ្យ $x = 2$ $\quad 2^2 = 4 > 3$

យើងឃើញថាគ្មានចំនួនសនិទានណាដែលការេវាស្មើនឹង 3 ទេ ។

ក្នុងករណីនេះគេសន្មតតាង $\sqrt{3}$ ជាចំនួនមួយដែល $(\sqrt{3})^2 = 3$

មានន័យថា បើ $x^2 = 3$, ឬសការេនៃ 3 គឺ $\sqrt{3}$ និង $-\sqrt{3}$

$\sqrt{3}$ ជាឬសការេវិជ្ជមាន ហើយ $-\sqrt{3}$ ជាឬសការេអវិជ្ជមាន ។

ចំនួន $\sqrt{3}$ ហៅថាចំនួនអសនិទានដែល $\sqrt{3} \approx 1.7320$

ចំពោះចំនួន $\sqrt{3}$, សញ្ញា $\sqrt{\ }$ ហៅថារ៉ាឌីកាល់មានសន្ទស្សន៍ស្មើនឹង 2 ។

តាមពិតគេត្រូវសរសេរ $\sqrt[2]{3}$ ដើម្បីសំគាល់សន្ទស្សន៍នៃរ៉ាឌីកាល់ ហើយ 3 ហៅថារ៉ាឌីកង់ ។

ឧទាហរណ៍ទី 4 : រក x បើ $x^2 = -3$

គេដឹងថាគ្មានតម្លៃ x ណាដែលនាំឱ្យ x^2 ជាចំនួនអវិជ្ជមានទេ

ដូចនេះចំនួនអវិជ្ជមានគ្មានឬសការេទេ ។

> ***ជាទូទៅ :*** បើ $a > 0$, $x^2 = a$ គេបាន $x = \sqrt{a}$ និង $x = -\sqrt{a}$ ។

លំហាត់គំរូ : រកឬសការេនៃសមីការខាងក្រោម ។

ក. $x^2 = 16$ $\quad$ ខ. $x^2 = 7$

គ. $x^2 = \frac{25}{4}$ $\quad$ ឃ. $x^2 = -81$

ង. $x^2 = 1$ $\quad$ ច. $x^2 = 0$ ។

ចម្លើយ :

ក. $4^2 = 16$, $(-4)^2 = 16$ បើ $x^2 = 16$

ដូចនេះ $x = \sqrt{16} = 4$, $x = -\sqrt{16} = -4$ ។

ខ. ពុំមានចំនួនសនិទានណាដែលការេវាស្មើនឹង 7

ដូចនេះឫសការេវាជាចំនួនអសនិទាន $x = \sqrt{7}$ និង $x = -\sqrt{7}$ ។

គ. $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$, $\left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

ដូចនេះ $x = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$, $x = -\sqrt{\frac{25}{4}} = -\frac{5}{2}$ ។

ឃ. គ្មានចំនួនណាដែលការេវាជាចំនួនអវិជ្ជមាន

ដូចនេះ -81 គ្មានឫសការេ ។

ង. $1^2 = 1$, $(-1)^2 = 1$

ដូចនេះ $x = \sqrt{1} = 1$, $x = -\sqrt{1} = -1$ ។

ច. $0^2 = 0$ ដូចនេះ $x = 0$ ជាឫសការេនៃ 0 ។

ប្រតិបត្តិ : រកឫសការេនៃចំនួន

0.04 , 0.01 , 5 , -1 , $\frac{25}{36}$, 0.1 ។

2. ឫសគូប

ឧទាហរណ៍ទី 1 : រក x ដែល $x^3 = 64$

$4^3 = 64$, $(-4)^3 = -64$ ដូចនេះ $x = 4$ ជាឫសគូបនៃ 64

គេថា 64 មានឫសគូបតែមួយគត់គឺ $x = 4$

រកឫសគូបនៃ 64 គឺរក x ដែល $x^3 = 64$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : រក x ដែល $x^3 = -27$

$3^3 = 27$, $(-3)^3 = -27$ ដូចនេះ $x = -3$ ជាឫសគូបនៃ -27

-27 មានឫសគូបតែមួយគត់គឺ $x = -3$ ។

គេសង្កេតឃើញថាគ្រប់ចំនួនវិជ្ជមានឬអវិជ្ជមាន មានឫសគូបតែមួយគត់ ។ ឫសគូបនៃចំនួនវិជ្ជមានជាចំនួនវិជ្ជមាន ហើយឫសគូបនៃចំនួនអវិជ្ជមានជាចំនួនអវិជ្ជមាន ។

ឧទាហរណ៍ទី 3 : រក x ដែល $x^3 = 17$

$$2^3 = 8 \ , \ (2.5)^3 = 15.6 \ , \ (2.6)^3 = 17.5$$

យើងឃើញថាគ្មានចំនួនសនិទានណាដែលឫសគូបវាស្មើនឹង 17

ក្នុងករណីនេះ គេសន្មតតាង $\sqrt[3]{17}$ ជាឫសគូបនៃ 17

$\sqrt[3]{17}$ ជាចំនួនអសនិទាន

ចំពោះ $\sqrt[3]{17}$ សញ្ញា $\sqrt[3]{\ }$ ជារ៉ាឌីកាល់ដែលមានសន្ទស្សន៍ស្មើនឹង 3 ហើយ 17 ជារ៉ាឌីកង់ ។

ឧទាហរណ៍ទី 4 : រក x ដែល $x^3 = -17$

ឫសគូបនៃចំនួនអវិជ្ជមានជាចំនួនអវិជ្ជមាន ហេតុនេះឫសគូបនៃ -17 គឺ $-\sqrt[3]{17}$ ។

ជាទូទៅ : បើ $x^3 = a$ គេបាន $x = \sqrt[3]{a}$ a អាចវិជ្ជមាន ឬ អវិជ្ជមាន

លំហាត់គំរូ : រកឫសគូបនៃចំនួនខាងក្រោម ។

ក. $x^3 = -64$ ខ. $x^3 = -1$ គ. $x^3 = 1$

ឃ. $x^3 = -8$ ង. $x^3 = 4$ ច. $x^3 = 0$

ឆ. $x^3 = \frac{1}{8}$ ជ. $x^3 = \frac{27}{125}$ ឈ. $x^3 = -\frac{1}{1\ 000}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $(-4)^3 = -64$

ដូចនេះ $x = \sqrt[3]{-64} = -4$ ។

ខ. $(-1)^3 = -1$

ដូចនេះ $x = \sqrt[3]{-1} = -1$ ។

គ. $1^3 = 1$

ដូចនេះ $x = \sqrt[3]{1} = 1$ ។

ឃ. $(-2)^3 = -8$

ដូចនេះ $x = \sqrt[3]{-8} = -2$ ។

ង. គ្មានចំនួនសនិទានណាដែលឫសគូបវាស្មើនឹង 4

ហេតុនេះ $x = \sqrt[3]{4}$ ជាឫសគូបនៃ 4 ។

ច. $0^3 = 0$

ដូចនេះ $x = 0$ ។

ឆ. $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

ដូចនេះ $x = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$ ។

ជ. $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$

ដូចនេះ $x = \sqrt[3]{\frac{27}{125}} = \frac{3}{5}$ ។

ឈ. $\left(-\frac{1}{10}\right)^3 = -\frac{1}{1\ 000}$

ដូចនេះ $x = \sqrt[3]{-\frac{1}{1\ 000}} = -\frac{1}{10}$ ។

ប្រតិបត្តិ : រកឫសគូបនៃចំនួន 0.008 , -0.001 , 0.08 , -0.4 ។

3. ប្រមាណវិធីលើរ៉ាឌីកាល់

3.1. វិធីគុណ

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេអាចប្រៀបធៀប $\sqrt{4}\times\sqrt{9}$ និង $\sqrt{4\times 9}$ ដូចខាងក្រោម

$\sqrt{4}\times\sqrt{9} = 2\times 3 = 6$ ហើយ $\sqrt{4\times 9} = \sqrt{36} = 6$

ដូចនេះ $\sqrt{4}\times\sqrt{9} = \sqrt{4\times 9}$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេអាចប្រៀបធៀប $\sqrt[3]{8}\times\sqrt[3]{27}$ និង $\sqrt[3]{8\times 27}$ ដូចខាងក្រោម

$\sqrt[3]{8}\times\sqrt[3]{27} = 2\times 3 = 6$ ហើយ $\sqrt[3]{8\times 27} = \sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{6^3} = 6$

ដូចនេះ $\sqrt[3]{8}\times\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{8\times 27}$ ។

ជាទូទៅ : ផលគុណនៃរ៉ាឌីកាល់ដែលមានសន្ទស្សន៍ដូចគ្នាស្មើនឹងរ៉ាឌីកាល់នៃផលគុណ

$\sqrt{a}\times\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ $\quad a\geq 0$, $b\geq 0$

$\sqrt[3]{a}\times\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}$ $\quad a$, b អាចវិជ្ជមានឬអវិជ្ជមាន ។

លំហាត់គំរូ : គណនាផលគុណនៃរ៉ាឌីកាល់ខាងក្រោម ។

ក. $\sqrt{2}\times\sqrt{8}$ $\qquad$ ខ. $\sqrt{3}\times\sqrt{27}$

គ. $\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{4}$ $\qquad$ ឃ. $\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{\frac{1}{16}}$

ង. $\sqrt{2}\times\sqrt{32}$ $\qquad$ ច. $\sqrt{50}\times\sqrt{2}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\sqrt{2}\times\sqrt{8} = \sqrt{2\times8} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$

ខ. $\sqrt{3}\times\sqrt{27} = \sqrt{3\times27} = \sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$

គ. $\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2\times4} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

ឃ. $\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{\frac{1}{16}} = \sqrt[3]{2\times\frac{1}{16}} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{1}{2}$

ង. $\sqrt{2}\times\sqrt{32} = \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$

ច. $\sqrt{50}\times\sqrt{2} = \sqrt{50\times2} = \sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនា $\sqrt{10}\times\sqrt{0.1}$, $\sqrt[3]{10}\times\sqrt[3]{0.1}$ ។

១.២. វិធីចែករ៉ាឌីកាល់

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេអាចប្រៀបធៀប $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}}$ និង $\sqrt{\frac{36}{4}}$ ដូចខាងក្រោម

$\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{6^2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{6}{2} = 3$ ហើយ $\sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} = 3$ ហេតុនេះ $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{36}{4}}$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេអាចប្រៀបធៀប $\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}}$ និង $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ ដូចខាងក្រោម

$\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[3]{3^3}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{3}{2}$ ហើយ $\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^3} = \frac{3}{2}$ ហេតុនេះ $\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$ ។

ជាទូទៅ : ផលចែកនៃរ៉ាឌីកាល់ដែលមានសន្ទស្សន៍ដូចគ្នាស្មើនឹងរ៉ាឌីកាល់នៃផលចែក

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad , \ a\ge 0 \ , \ b>0 \text{ ។}$$

$$\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}} \quad , \ b\ne 0 \text{ ។}$$

លំហាត់គំរូ : គណនាផលចែកនៃរ៉ាឌីកាល់ខាងក្រោម ។

ក. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ ខ. $\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{6}}$

គ. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}}$ ឃ. $\frac{\sqrt{288}}{\sqrt{2}}$

ង. $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$ ច. $\frac{\sqrt[3]{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{4}}$

ឆ. $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{0.1}}$ ជ. $\frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{0.2}}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$

ខ. $\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[3]{\frac{48}{6}} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

គ. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{3}{27}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{1}{3}$

ឃ. $\frac{\sqrt{288}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{288}{2}} = \sqrt{144} = \sqrt{12^2} = 12$

ង. $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

ច. $\frac{\sqrt[3]{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{\frac{\frac{1}{2}}{4}} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{1}{2}$

ឆ. $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{0.1}} = \sqrt{\frac{10}{0.1}} = \sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$

ជ. $\frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{0.2}} = \sqrt[3]{\frac{25}{0.2}} = \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$ ។

ប្រតិបត្តិ : គណនាផលចែក

$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{28}}$, $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{0.2}}$, $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{1\ 000}}$, $\frac{\sqrt[3]{100}}{\sqrt[3]{0.1}}$ ។

៣.៣. ការបញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់

ឧទាហរណ៍ទី 1 : រក x បើ $x^2 = 9$, តាមរូបមន្ត $x = \sqrt{a}$, $x = -\sqrt{a}$, 9 មានឫសការេពីរ

គឺ $x = \sqrt{9}$ និង $x = -\sqrt{9}$

ម្យ៉ាងទៀត $3^2 = 9$, $(-3)^2 = 9$ ដូចនេះ 3 , −3 ក៏ជាឫសការេនៃ 9

យើងទាញបាន $\sqrt{9} = 3$, $-\sqrt{9} = -3$

គេសំគាល់ឃើញថា $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$ មានន័យថាគេបានបញ្ចេញ 9 ពីរ៉ាឌីកាល់ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : រក x បើ $x^3 = 8$ តាម $x^3 = a$, $x = \sqrt[3]{a}$

ម្យ៉ាងទៀត $2^3 = 8$

យើងទាញបាន $\sqrt[3]{8} = 2$

គេសំគាល់ឃើញថា $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$ មានន័យថាគេបានបញ្ចេញ 8 ពីរ៉ាឌីកាល់ ។

> ***ជាទូទៅ :*** ដើម្បីបញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់ គេត្រូវបំប្លែងរ៉ាឌីកង់ជាស្វ័យគុណដែលមាននិទស្សន្តស្មើនឹងសន្ទស្សន៍នៃរ៉ាឌីកាល់ ។

ករណីរ៉ាឌីកង់ជាចំនួនអថេរ

ដោយ $\sqrt{5^2} = 5$, $\sqrt{(-5)^2} = 5$ ដូចនេះ $\sqrt{x^2} = |x|$ ជាចំនួនវិជ្ជមាន

បើ $x \geq 0$ នោះ $\sqrt{x^2} = x$, បើ $x \leq 0$, $\sqrt{x^2} = -x$

ដោយ $\sqrt[3]{5^3} = 5$, $\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$ ដូចនេះ $\sqrt[3]{x^3} = x$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : បញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់

ក. $\sqrt{121}$ ខ. $\sqrt{\frac{4}{9}}$ គ. $\sqrt[3]{125}$

ឃ. $\sqrt{16\times 81}$ ង. $\sqrt[3]{-27}$ ច. $\sqrt[3]{\frac{2}{2000}}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\sqrt{121}=\sqrt{11^2}=11$ ខ. $\sqrt{\frac{4}{9}}=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$

គ. $\sqrt[3]{125}=\sqrt[3]{5^3}=5$ ឃ. $\sqrt{16\times 81}=\sqrt{(4\times 9)^2}=36$

ង. $\sqrt[3]{-27}=-\sqrt[3]{27}=-\sqrt[3]{3^3}=-3$ ច. $\sqrt[3]{\frac{2}{2000}}=\sqrt[3]{\frac{1}{1000}}=\sqrt[3]{\left(\frac{1}{10}\right)^3}=\frac{1}{10}$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : បញ្ចេញចំនួន $\sqrt{32}$ និង $\sqrt[3]{16}$ ពីរ៉ាឌីកាល់ ។

ចម្លើយ :

តាមលក្ខណៈនៃវិធីគុណ $\sqrt{32}=\sqrt{16\times 2}=\sqrt{16}\times\sqrt{2}=\sqrt{4^2}\times\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

$\sqrt[3]{16}=\sqrt[3]{8\times 2}=\sqrt[3]{8}\times\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{2^3}\times\sqrt[3]{2}=2\sqrt[3]{2}$ ។

ប្រតិបត្តិ : បញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់

$\sqrt{\frac{2}{8}}$, $\sqrt[3]{\frac{81}{3}}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt[3]{81}$, $\sqrt{50}$, $\sqrt{\frac{2}{25}}$ ។

3.4. ការបញ្ចូលមួយចំនួនក្នុងរ៉ាឌីកាល់

ការបញ្ចូលមួយចំនួនទៅក្នុងរ៉ាឌីកាល់ ជាវិធីច្រាសនៃការបញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់ ។

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេមាន $4\sqrt{2}$ បញ្ចូល 4 ទៅក្នុងរ៉ាឌីកាល់

$4\sqrt{2}=\sqrt{4^2}\times\sqrt{2}=\sqrt{4^2\times 2}=\sqrt{16\times 2}=\sqrt{32}$, $(4=\sqrt{4^2})$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេមាន $3\sqrt[3]{2}$ បញ្ចូល 3 ទៅក្នុងរ៉ាឌីកាល់

$3\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{3^3}\times\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{27\times 2}=\sqrt[3]{54}$, $(3=\sqrt[3]{3^3})$ ។

ជាទូទៅ : ដើម្បីបញ្ចូលមួយចំនួនទៅក្នុងរ៉ាឌីកាល់ គេត្រូវលើកចំនួននោះជាស្វ័យគុណដោយឱ្យនិទស្សន្តនៃស្វ័យគុណស្មើនឹងសន្ទស្សន៍នៃរ៉ាឌីកាល់ ។

លំហាត់គំរូ : បញ្ចូលមួយចំនួនក្នុងរ៉ាឌីកាល់

ក. $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{12}{5}}$ ខ. $5\sqrt{\frac{3}{50}}$ គ. $-7\sqrt{5}$

ឃ. $-5\sqrt[3]{\frac{4}{25}}$ ង. $2\sqrt[3]{\frac{5}{12}}$ ច. $\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\frac{2}{3} = \sqrt{\frac{4}{9}}$ ដូចនេះ $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{12}{5}} = \sqrt{\frac{4}{9}} \times \sqrt{\frac{12}{5}} = \sqrt{\frac{4\times 12}{9\times 5}} = \sqrt{\frac{4\times 4}{3\times 5}} = \sqrt{\frac{16}{15}}$

ខ. $5 = \sqrt{25}$ ដូចនេះ $5\sqrt{\frac{3}{50}} = \sqrt{25}\cdot\sqrt{\frac{3}{50}} = \sqrt{\frac{25\times 3}{50}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

គ. $7 = \sqrt{49}$ ដូចនេះ $-7\sqrt{5} = -\sqrt{49}\cdot\sqrt{5} = -\sqrt{49\times 5} = -\sqrt{245}$

ឃ. $5 = \sqrt[3]{5^3}$ ដូចនេះ $-5\sqrt[3]{\frac{4}{25}} = -\sqrt[3]{5^3}\times\sqrt[3]{\frac{4}{25}} = -\sqrt[3]{\frac{4\times 5^3}{25}} = -\sqrt[3]{20}$

ង. $2 = \sqrt[3]{2^3}$ ដូចនេះ $2\sqrt[3]{\frac{5}{12}} = \sqrt[3]{2^3}\times\sqrt[3]{\frac{5}{12}} = \sqrt[3]{\frac{2^3\times 5}{12}} = \sqrt[3]{\frac{10}{3}}$

ច. $\frac{1}{2} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}}$ ដូចនេះ $\frac{1}{2}\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}}\times\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\frac{4}{8}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ ។

ប្រតិបត្តិ : បញ្ចូលមួយចំនួនក្នុងរ៉ាឌីកាល់

$\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$, $\frac{1}{3}\sqrt{3}$, $5\sqrt[3]{\frac{2}{25}}$, $\frac{2}{11}\sqrt[3]{\frac{121}{7}}$ ។

3.5. វិធីបូក-ដកនៃរ៉ាឌីកាល់

ដូចគ្នានឹងវិធីបូកនិងវិធីដកលើឯកធាដែរ $3x + 4x = (3+4)x = 7x$

ឧទាហរណ៍ទី 1 :

$$2\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = (2+6)\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$7\sqrt{6} - 5\sqrt{6} = (7-5)\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt[3]{7} + 4\sqrt[3]{7} = (1+4)\sqrt[3]{7} = 5\sqrt[3]{7}$$

$$12\sqrt[3]{5} - 7\sqrt[3]{5} = (12-7)\sqrt[3]{5} = 5\sqrt[3]{5}$$ ។

សំគាល់ : $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ មានរ៉ាឌីកង់ខុសគ្នាមិនអាចបូកបានទេ ។

ក្នុងករណីមានរ៉ាឌីកង់ខុសគ្នា គេត្រូវបំប្លែងឱ្យមានរ៉ាឌីកង់ដូចគ្នាសិន ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 :

$$3\sqrt{2} + \sqrt{8} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (3+2)\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$5\sqrt{12} - \sqrt{27} = 5\sqrt{4\times 3} - \sqrt{9\times 3}$$

$$= 10\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = (10-3)\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

$$3\sqrt[3]{16} + 5\sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{8\times 2} + 5\sqrt[3]{2}$$

$$= 6\sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{2} = (6+5)\sqrt[3]{2} = 11\sqrt[3]{2}$$ ។

ជាទូទៅ : ដើម្បីគណនាផលបូកនិងផលដករ៉ាឌីកាល់ដែលមានសន្ទស្សន៍ដូចគ្នា គេត្រូវបំប្លែងរ៉ាឌីកង់ឱ្យដូចគ្នា ។

ដើម្បីគណនាផលបូកនិងផលដករ៉ាឌីកាល់ដែលមានរ៉ាឌីកង់ដូចគ្នានិងមានសន្ទស្សន៍ដូចគ្នា គេបូក-ដកមេគុណនឹងមេគុណ ហើយរ៉ាឌីកាល់ទុកដដែល ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គណនា

$A = 3\sqrt{11} + 5\sqrt{44} - 3\sqrt{99}$, $B = 3\sqrt{18} - \sqrt{12} + \sqrt{75} + \sqrt{2}$

$C = 3\sqrt[3]{24} + 6\sqrt[3]{81}$, $D = 6\sqrt[3]{8x^2} - 2\sqrt[3]{27x^2}$

$E = \sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{45}$, $F = 14\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - 11\sqrt{3}$ ។

ចម្លើយ :

$A = 3\sqrt{11} + 5\sqrt{4\times 11} - 3\sqrt{9\times 11} = 3\sqrt{11} + 10\sqrt{11} - 9\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$

$B = 3\sqrt{9\times 2} - \sqrt{4\times 3} + \sqrt{25\times 3} + \sqrt{2}$

$= 9\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + \sqrt{2} = 10\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

$C = 3\sqrt[3]{8\times 3} + 6\sqrt[3]{27\times 3} = 6\sqrt[3]{3} + 18\sqrt[3]{3} = 24\sqrt[3]{3}$

$D = 12\sqrt[3]{x^2} - 6\sqrt[3]{x^2} = 6\sqrt[3]{x^2}$

$E = \sqrt{4\times 5} + \sqrt{16\times 5} - \sqrt{9\times 5} = 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

$F = 3\sqrt{3} + 6\sqrt{2}$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : សម្រួល

$A = \sqrt{128y} - \sqrt{2y} \quad (y>0)$, $B = 5\sqrt{18x} + 2\sqrt{8x} \quad (x>0)$

$C = \sqrt{8n+8} + \sqrt{2n+2} \quad (n>0)$, $D = \sqrt{200k^2} - \sqrt{98k^2} \quad (k>0)$

$E = \sqrt{8x^2} + \sqrt{2x^2} \quad (x>0)$, $F = 2\sqrt{45x^3} - \sqrt{20x^3} \quad (x>0)$ ។

ចម្លើយ :

$A = \sqrt{128y} - \sqrt{2y} = \sqrt{64\times 2y} - \sqrt{2y} = 8\sqrt{2y} - \sqrt{2y} = 7\sqrt{2y}$

$B = 5\sqrt{18x} + 2\sqrt{8x} = 5\sqrt{9\times 2x} + 2\sqrt{4\times 2x} = 15\sqrt{2x} + 4\sqrt{2x} = 19\sqrt{2x}$

$C = \sqrt{8n+8} + \sqrt{2n+2} = \sqrt{4(2n+2)} + \sqrt{2n+2} = 2\sqrt{2n+2} + \sqrt{2n+2} = 3\sqrt{2n+2}$

$D = \sqrt{200k^2} - \sqrt{98k^2} = \sqrt{2\times 100k^2} - \sqrt{2\times 49k^2} = 10k\sqrt{2} - 7k\sqrt{2} = 3k\sqrt{2}$

$E = \sqrt{8x^2} + \sqrt{2x^2} = \sqrt{2\times 4x^2} + \sqrt{2x^2} = 2x\sqrt{2} + x\sqrt{2} = 3x\sqrt{2}$

$F = 2\sqrt{45x^3} - \sqrt{20x^3} = 2\sqrt{5\times 9x^3} - \sqrt{5\times 4x^3} = 6x\sqrt{5x} - 2x\sqrt{5x} = 4x\sqrt{5x}$

ប្រតិបត្តិ : សម្រួល

$5\sqrt{50}-8\sqrt{32}$, $\sqrt{48x}-\sqrt{27x}$, $\sqrt{5P}+3\sqrt{45P^3}$ $(P>0)$

$\sqrt{12x+12}+\sqrt{27x+27}$, $\sqrt{72a}-3\sqrt{98a}$ ។

៣.៦. វិធីបំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង

ជាទូទៅគេមិនទុកឱ្យចំនួនដែលមានរ៉ាឌីកាល់នៅភាគបែងទេ ។ ខាងក្រោមនេះជាវិធីបំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង ។

ឧទាហរណ៍ទី 1 : $\frac{3}{\sqrt{2}}$ ជាចំនួនដែលមានរ៉ាឌីកាល់នៅភាគបែងជាហេតុធ្វើឱ្យពិបាកស្គាល់មេគុណរបស់វា ។

ក្នុងករណីនេះគេអាចសរសេរ $\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ធ្វើយ៉ាងនេះទើបស្គាល់ $\frac{3}{2}$ ជាមេគុណរបស់វា ។

ដូចគ្នានេះដែរ ចំពោះចំនួន $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{4}}$

$$\frac{\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{2}}=\frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{8}}=\frac{\sqrt[3]{6}}{2}=\frac{1}{2}\sqrt[3]{6}$$

ក្នុងករណីដែលភាគបែងមានរ៉ាឌីកាល់ពីរតួ គេត្រូវគុណនឹងកន្សោមឆ្លាស់ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែងនៃ $\frac{2}{\sqrt{7}-2}$

កន្សោមឆ្លាស់នៃ $\sqrt{7}-2$ គឺ $\sqrt{7}+2$ ដោយប្រើ $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

ដូចនេះ $\frac{2}{\sqrt{7}-2}=\frac{2(\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)}=\frac{2(\sqrt{7}+2)}{7-4}=\frac{2(\sqrt{7}+2)}{3}$ ។

ឧទាហរណ៍ទី3 : បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែងនៃ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{10}-2}{5-2}=\frac{\sqrt{10}-2}{3}$$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : សម្រួល

$A=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, $B=\frac{1+\sqrt{2}}{3-\sqrt{3}}$

$C=\frac{1+\sqrt{3}}{2+\sqrt{5}}$, $D=\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{20}-\sqrt{18}}$

$E=\frac{2}{\sqrt[3]{7}}$, $F=\frac{3}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2}}$ ។

ចម្លើយ :

$$A = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{3-2}$$

$$= (\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 = 3+2\sqrt{3}\times\sqrt{2}+2 = 5+2\sqrt{6}$$

$$B = \frac{1+\sqrt{2}}{3-\sqrt{3}} = \frac{(1+\sqrt{2})(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})} = \frac{3+\sqrt{3}+3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{9-3} = \frac{3+\sqrt{3}+3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{6}$$

$$C = \frac{1+\sqrt{3}}{2+\sqrt{5}} = \frac{(1+\sqrt{3})(2-\sqrt{5})}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})} = \frac{2-\sqrt{5}+2\sqrt{3}-\sqrt{15}}{4-5} = -2+\sqrt{5}-2\sqrt{3}+\sqrt{15}$$

$$D = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{20}-\sqrt{18}} = \frac{8\sqrt{2}(\sqrt{20}+\sqrt{18})}{(\sqrt{20}-\sqrt{18})(\sqrt{20}+\sqrt{18})} = \frac{8\sqrt{40}+8\sqrt{36}}{20-18}$$

$$= \frac{16\sqrt{10}+48}{2} = 8\sqrt{10}+24$$

$$E = \frac{2}{\sqrt[3]{7}} = \frac{2(\sqrt[3]{7})^2}{\sqrt[3]{7}(\sqrt[3]{7})^2} = \frac{2\sqrt[3]{49}}{7}$$

ចំពោះ $F = \dfrac{3}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2}}$ ប្រើរូបមន្ត $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

$$\frac{3}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2}} = \frac{3[(\sqrt[3]{5})^2+\sqrt[3]{5}\sqrt[3]{2}+(\sqrt[3]{2})^2]}{(\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2})[(\sqrt[3]{5})^2+\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{2}+(\sqrt[3]{2})^2]}$$

$$= \frac{3(\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4})}{5-2} = \frac{3(\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4})}{3}$$

$$= \sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}$$ ។

ប្រតិបត្តិ : សម្រួល

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \ , \ \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{\sqrt{12}-\sqrt{18}} \ , \ \frac{3}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{4}} \ , \ \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}}$$ ។

? លំហាត់

1. ចូរគណនា

$\sqrt{9}$, $\sqrt{16}$, $\sqrt{36}$, $-\sqrt{64}$, $-\sqrt{100}$

$\sqrt{121}$, $-\sqrt{144}$, $\sqrt{625}$, $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[3]{-8}$

$-\sqrt[3]{27}$, $-\sqrt[3]{64}$, $\sqrt[3]{125}$, $\sqrt[3]{216}$, $\sqrt[3]{100}$ ។

2. ចូរគណនា

$\sqrt{\frac{9}{16}}$, $\sqrt{\frac{49}{9}}$, $-\sqrt{\frac{81}{4}}$, $\sqrt{\frac{169}{49}}$, $\sqrt{\frac{196}{25}}$

$-\sqrt{\frac{400}{225}}$, $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$, $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}$, $\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$, $\sqrt[3]{\frac{512}{343}}$, $\sqrt[3]{-\frac{216}{1000}}$ ។

3. ចូរសម្រួលរ៉ាឌីកាល់

$\sqrt{16^3}$, $-\sqrt[3]{36^2}$, $\sqrt{64^3}$, $(\sqrt[3]{-8})^3$, $\sqrt[3]{-27^3}$

$\sqrt[3]{1^5}$, $\sqrt[3]{8^2}$, $\sqrt[3]{64^2}$, $\sqrt[3]{(-27)^2}$ ។

4. ចូរសម្រួលរ៉ាឌីកាល់

$\sqrt{y^2}$, $\sqrt{x^4}$, $\sqrt{x^2y^4}$, $-\sqrt{y^6}$

$\sqrt{\frac{16}{x^2}}$, $\sqrt{\frac{100}{n^4}}$, $\sqrt[3]{8x^3}$, $-\sqrt{64m^3}$ ។

5. ចូរសម្រួលកន្សោម

$\sqrt{(2x)^2}$, $\sqrt[3]{(-5y)^3}$, $\sqrt{(4-a)^2}$, $\sqrt[3]{(x+3)^3}$, $\sqrt{16b^2+24b+9}$

$\sqrt{9x^2-30x+25}$, $\sqrt{4m^2-20mn+25n^2}$, $\sqrt{49x^2-112xy+64y^2}$ ។

6. ចូរបញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់

$\sqrt{18}$, $-\sqrt{48}$, $\sqrt{75}$, $\sqrt{\frac{30}{49}}$, $\sqrt{\frac{10}{121}}$, $\sqrt[3]{40}$

$\sqrt[3]{54}$, $-\sqrt[3]{128}$, $\sqrt[3]{192}$, $\sqrt[3]{\frac{3m}{8n^3}}$, $\sqrt[3]{16a^5}$ ។

7. ចូរបញ្ចេញមួយចំនួនពីរ៉ាឌីកាល់

$\sqrt{36a^2b^3}$, $\sqrt{27a^4b^3}$, $\sqrt{72x^5y^2}$, $-\sqrt{112a^3b^4}$, $\sqrt{80m^4n^3}$

$\sqrt{64x^2y^3}$, $\sqrt[3]{16m^3n^3}$, $\sqrt[3]{-54x^4b^3}$, $-\sqrt[3]{128a^5y^3}$, $\sqrt[3]{24p^3q^5}$ ។

8. ចូរបញ្ចូលមួយចំនួនក្នុងរ៉ាឌីកាល់ x , y , m , n និង p ជាចំនួនវិជ្ជមាន ។

$5\sqrt{6}$, $2m\sqrt{m}$, $\frac{\sqrt{23}}{y^3}$, $2\sqrt[3]{5}$, $2x\sqrt[3]{4}$, $\frac{\sqrt[3]{3m}}{2n}$ ។

9. ចូរគណនា

$3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+5\sqrt{2}-3\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}-3\sqrt{3}-6\sqrt{2}+5\sqrt{3}$

$3\sqrt{15}-4\sqrt{3}-3\sqrt{15}+6\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}-2\sqrt{17}+3\sqrt{17}-3\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$2\sqrt[3]{2}-8\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{3}$, $8\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{3}-5\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{3}$ ។

10. ចូរគណនា

$\frac{2}{3}\sqrt{27}-\frac{3}{4}\sqrt{48}$, $\frac{1}{4}\sqrt{288}-\frac{1}{6}\sqrt{72}$, $\frac{3}{5}\sqrt{75}-\frac{2}{3}\sqrt{27}$

$5\sqrt[3]{128}-3\sqrt[3]{250}$, $3\sqrt[3]{81}-\frac{1}{2}\sqrt[3]{192}$, $4\sqrt[3]{54}-3\sqrt[3]{128}$ ។

11. ចូរគណនា

$2\sqrt{8}-3\sqrt{98}-2\sqrt{200}$, $-3\sqrt{50}-\sqrt{32}+5\sqrt{200}$

$3\sqrt{175}-2\sqrt{28}+3\sqrt{63}-\sqrt{112}$, $\sqrt{108}-2\sqrt{27}-\sqrt{40}-5\sqrt{160}$

$2\sqrt[3]{16}+3\sqrt[3]{54}-2\sqrt[3]{128}$, $3\sqrt[3]{81}+\frac{1}{2}\sqrt[3]{128}-3\sqrt[3]{192}+4\sqrt[3]{54}$

$4\sqrt[3]{54}-6\sqrt[3]{81}-4\sqrt[3]{16}+3\sqrt[3]{24}$, $-2\sqrt[3]{40}-3\sqrt[3]{135}+5\sqrt[3]{320}+8\sqrt[3]{5}$ ។

12. ចូរគណនា

$-2(2\sqrt{12}-\sqrt{18})-5(3\sqrt{32}-\sqrt{27})$, $3(3\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135})+4(\sqrt[3]{320}-\sqrt[3]{40})$

$\frac{2\sqrt{27}}{3}-3\sqrt{48}+\frac{4\sqrt{50}}{5}-\frac{4\sqrt{18}}{3}$, $\frac{2}{3}\sqrt[3]{81}-\frac{1}{2}\sqrt[3]{24}+\frac{2\sqrt[3]{135}}{3}-\frac{3\sqrt[3]{40}}{2}$ ។

13. ចូរគណនាកន្សោមខាងក្រោម a , b , x , y និង z ជាចំនួនវិជ្ជមាន ។

$A = -3\sqrt{32x}+6\sqrt{8x}$, $B = 2\sqrt{125x^2z}+8x\sqrt{80z}$

$C = 7a\sqrt{b^3}+b\sqrt{4a^2b}-\sqrt{4b}$, $D = 8b\sqrt{49b}-7\sqrt{9b^3}+a\sqrt{4a}+\sqrt{a^3}$

$E = 3xy\sqrt{x^2y}-2\sqrt{x^4y^3}$, $F = -3a\sqrt{a^3b^5}-2b\sqrt{a^5b^3}+5\sqrt{a^3b^3}$

$G = 8a\sqrt[3]{54a}+6\sqrt[3]{16a^4}$, $H = 3\sqrt[3]{x^4y}-6x\sqrt[3]{xy^4}+2\sqrt[3]{x^4y^4}$ ។

14. ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម A ចំពោះ $a = 5$, $b = 3$

$A = \sqrt{ab}-\sqrt{ab^3}-\sqrt{9a^3b^3}-\sqrt{a^3b}$ ។

15. ចូរគណនាតម្លៃលេខនៃកន្សោម $A = \sqrt{4a} + a\sqrt{a^2b} + \sqrt{b^2a} + b\sqrt{9b}$ ចំពោះ $a = 3$, $b = 2$ ។

16. ចូរគណនា

$(2\sqrt{3})(3\sqrt{2})$, $(4\sqrt{6})(-2\sqrt{5})$, $(3\sqrt{5})(5\sqrt{3})$, $(6\sqrt{2})(-12\sqrt{3})$

$(3\sqrt{8})(-3\sqrt{48})$, $(-3\sqrt{75})(-2\sqrt{48})$, $(2\sqrt[3]{3})\left(-\frac{1}{2}\sqrt[3]{2}\right)$, $(3\sqrt[3]{2})(5\sqrt[3]{15})$

$(6\sqrt[3]{8})(-3\sqrt[3]{2})$ ។

17. ចូរគណនា

$3\sqrt{5}(2\sqrt{18} - 3\sqrt{48})$, $-3\sqrt{3}(3\sqrt{6} - 3\sqrt{2})$, $\frac{1}{2}\sqrt{3}(2\sqrt{48} - 3\sqrt{32})$

$\frac{3}{2}\sqrt{2}(2\sqrt{18} - 3\sqrt{48})$, $-4\sqrt[3]{3}(2\sqrt[3]{6} - 2\sqrt[3]{5})$, $2\sqrt[3]{5}(3\sqrt[3]{3} - 5\sqrt[3]{2})$

$3\sqrt[3]{3}(3\sqrt[3]{8} - 2\sqrt[3]{18})$, $-3\sqrt[3]{5}(4\sqrt[3]{20} - 2\sqrt[3]{45})$ ។

18. ចូរគណនា

$(2\sqrt{3} - 8)(9 + 2\sqrt{5})$, $(3\sqrt{5} - 2\sqrt{10})(\sqrt{50} - 2\sqrt{80})$

$(\sqrt{50} - \sqrt{75})(\sqrt{32} - \sqrt{48})$, $(\sqrt{125} - \sqrt{75})(\sqrt{80} - \sqrt{48})$

$(3\sqrt[3]{18} + 3\sqrt[3]{27})(2\sqrt[3]{8} - 2\sqrt[3]{12})$, $(\sqrt[3]{80} - 2\sqrt[3]{27})(-3\sqrt[3]{20} - 3\sqrt[3]{12})$ ។

19. គេឱ្យ $a = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{10}$, $b = 5\sqrt{7} + 2\sqrt{10}$, $c = \sqrt[3]{18} - \sqrt[3]{27}$ និង $d = 3\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{8}$ ។

ចូរគណនា $-3ab$, $a^2 + b^2$, $a^2 - 2b^2$, $b^2 - 2ab$, $\frac{1}{2}cd$, $c^2 - b^2$, $c^2 + 2cd$ ។

20. ចូរគណនា

$\frac{\sqrt{33}}{11}$, $\frac{-\sqrt{48}}{\sqrt{27}}$, $2\sqrt{75} \div \sqrt{15}$, $\frac{2\sqrt{84}}{-\sqrt{12}}$, $\frac{5\sqrt{25}}{\sqrt{75}} \div \sqrt{5}$

$\frac{12\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{2}}$, $\frac{5\sqrt[3]{100}}{25\sqrt[3]{5}}$, $\left(\frac{\sqrt[3]{72}}{2\sqrt[3]{8}}\right)\sqrt[3]{2}$, $\frac{6\sqrt[3]{7}}{3\sqrt[3]{6}} \div \frac{4\sqrt[3]{21}}{2\sqrt[3]{3}}$ ។

21. ចូរសម្រួលកន្សោម

$A = \sqrt{\frac{b^2}{b^2 - 14b + 49}}$, $B = \sqrt{\frac{49x^2 - 56x + 16}{36x^2}}$

$C = \sqrt{\frac{a^2 + 16ab + 64b^2}{a^2 + 10ab + 25b^2}}$, $D = \sqrt{\frac{25b^2 + 10ab + a^2}{16b^2 + 24ab + 9a^2}}$ ។

22. ចូរបំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង

$\frac{3}{\sqrt{10}}$, $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{33}}$, $\frac{6}{\sqrt{48}}$, $\frac{8}{\sqrt{27}}$, $\frac{9\sqrt{4}}{\sqrt{18}}$, $\frac{5\sqrt{5}}{\sqrt{72}}$, $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{10}}$, $\frac{2\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{30}}$,

$\frac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt[3]{20}}$, $\sqrt[3]{\frac{7m}{36n}}$, $\sqrt[3]{\frac{11p}{49q}}$, $\sqrt[3]{\frac{3}{4y^2}}$ ។

23. ចូរបំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង

$\frac{36-\sqrt{6}}{\sqrt{8}}$, $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{3\sqrt{20}}$, $\frac{8}{2\sqrt{75}-3\sqrt{50}}$, $\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{80}-\sqrt{45}}$

$\frac{9-\sqrt[3]{3}}{2\sqrt[3]{32}}$, $\frac{5\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{3}}{8\sqrt[3]{13}}$, $\frac{2\sqrt[3]{6}}{2\sqrt[3]{27}-\sqrt[3]{9}}$, $\frac{2\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{12}}$ ។

24. ចូរបំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែងដែលអថេរជាចំនួនវិជ្ជមាន

$\frac{3}{\sqrt{x}}$, $\frac{3a}{\sqrt{8ab}}$, $\frac{3\sqrt{x}}{5\sqrt{2x^3y}}$, $\frac{8a}{\sqrt[3]{25ab}}$, $\frac{27\sqrt[3]{m}}{7\sqrt[3]{m^2n}}$, $\frac{15}{\sqrt{2a}-\sqrt{b}}$

$\frac{7\sqrt{2x}}{2\sqrt{x}+\sqrt{3y}}$, $\frac{\sqrt[3]{11}}{\sqrt[3]{2m}-\sqrt[3]{12n}}$, $\frac{7\sqrt[3]{7x}}{\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{y}}$ ។

25. គេឱ្យត្រីកោណកែងមួយមានវិមាត្រ a , b , c ដែល c ជាប្រវែងនៃអ៊ីប៉ូតេនុស។ ចូរគណនាជ្រុងមួយនៃត្រីកោណកែងនេះ បើគេដឹងថា

ក. $a = 3$, $b = 4$ ខ. $a = 5$, $b = 12$ គ. $a = 6$, $b = 8$

ឃ. $c = 26$, $b = 10$ ង. $b = 30$, $c = 50$ ។

26. គេឱ្យ $m = 3\sqrt{8}+\sqrt{5}$ និង $n = 3\sqrt{8}-\sqrt{5}$ ។

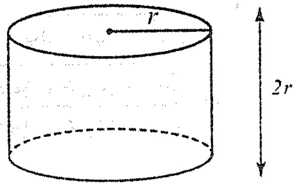
ចូរគណនា $\frac{mn+m^2}{m}$, $\frac{m^2-n^2}{m+n}$, $\frac{n^2-2mn}{n^2}$ ។

27. ចូរប្រៀបធៀបចំនួន $\sqrt{2}$ នឹង $\sqrt[3]{3}$ ។

28. ចូរសម្រួលកន្សោម $A = \sqrt{22-\sqrt{288}}$ ។

29. ចូរគណនាកាំ r នៃស៊ីឡាំង បើមាឌវាមានរង្វាស់ $628\ 000cm^3$

គេឱ្យ $\pi = 3.14$ ។



30. ក. ចូរបង្ហាញថា $2^{17}+2^{17} = 2^{18}$

ខ. ចូរកំណត់ x ដែល $2^x \cdot 2^{x+3} = 8^5$ ។

មេរៀនទី

2 សមាមាត្រ

វត្ថុបំណង

- ❑ ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងសមាមាត្រ ។
- ❑ ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងភាគរយ ។
- ❑ ដោយស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងភាគរយកើនឬ ថយ ។
- ❑ ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងអត្រាការប្រាក់ ។

1. ចំណោទដែលទាក់ទងនឹងសមាមាត្រ

ក្នុងសមាមាត្រ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ នោះគេទាញបាន $ad = bc$ ។

រូបមន្តនេះត្រូវបានប្រើប្រាស់ញឹកញាប់ក្នុងដំណោះស្រាយចំណោទ ដែលទាក់ទងនឹងការប្តូរឯកតានៃរង្វាស់រង្វាល់ ចំណោទភាគរយ ... ។

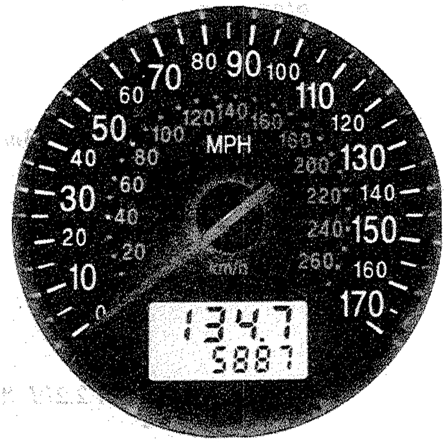
ប្រព័ន្ធនៃរង្វាស់រង្វាល់ដែលយើងធ្លាប់ប្រើមាន

km សម្រាប់ចម្ងាយផ្លូវ

kg សម្រាប់ម៉ាសនៃវត្ថុ

ប៉ុន្តែនៅប្រទេសដទៃក៏មានប្រព័ន្ធរង្វាស់រង្វាល់ផ្សេងទៀត ។

ដូចជា ម៉ាយ($mile$) អ៊ិញ($inch$) ហ្វីត($feet$) សម្រាប់ចម្ងាយ និងផោន(ld) សម្រាប់ម៉ាស ។ ខាងក្រោមនេះជាភាពសមមូលរវាងឯកតានៃប្រព័ន្ធរង្វាស់រង្វាល់នៃប្រទេសផ្សេងៗ ។



1 ម៉ាយ ($1\ mile$) $= 1.609\ km$

1 អ៊ិញ ($1\ inch$) $= 2.54\ cmm$

1 ហ្វីត ($1\ feet$) $= 0.3048\ km$

1 ផោន ($1\ ld$) $= 0.453\ kg$

លំហាត់គំរូទី 1 :

ក. ប្តូរ $1m$ ទៅជា *inch*

ខ. ប្តូរ $100km$ ទៅជា *mile*

គ. ប្តូរ $6feet$ ទៅជា m

ឃ. ប្តូរ $1kg$ ទៅជា ld ។

ចម្លើយ :

ក. $1inch \to 2.45cm$

$xinch \to 1m$ ឬ $100cm$
$$\frac{1}{x} = \frac{2.54}{100}$$
$$2.54x = 100 \ , \ x = \frac{100}{2.45} = 39.37$$

ដូចនេះ $1m$ ត្រូវជា $39.37inch$ ។

ខ. $1mile \to 1.609km$

$x \to 100km$
$$\frac{1}{x} = \frac{1.609}{100}$$
$$1.609x = 100 \ , \ x = \frac{100}{1.609} = 62.1$$

ដូចនេះ $100km$ ត្រូវជា 62.1 *miles* ។

គ. $1feet \to 0.3048m$

$6feet \to x$
$$\frac{1}{6} = \frac{0.3048}{x}$$
$$x = 6 \times 0.3048 = 1.8288 \approx 1.83$$

ដូចនេះ $6feet$ ត្រូវជា $1.83m$ ។

ឃ. $1ld \to 0.453kg$

$x \to 1kg$
$$\frac{1}{x} = \frac{0.453}{1}$$
$$x = \frac{1}{0.453} = 2.2$$

ដូចនេះ $1kg$ ត្រូវជា $2.2ld$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : អាងមួយអាចចំណុះទឹក $7\ 650dm^3$ បើគេបញ្ចូលទឹកក្នុងល្បឿន $85dm^3$ ក្នុង 2 នាទី តើគេត្រូវប្រើពេលប៉ុន្មានទើបបញ្ចូលទឹកឱ្យពេញអាង ?

ចម្លើយ : បើ t ជារយៈពេលសម្រាប់បញ្ចូលទឹកពេញអាង

$85dm^3$ ប្រើពេល $2mn$

$7\ 650dm^3$ ប្រើពេល $t\ mn$

$\frac{85}{7\ 650} = \frac{2}{t}$, $85t = 2\times 7\ 650$, $t = \frac{2\times 7\ 650}{85} = 180mn$

$t = 180mn$ ឬ $t = 3h$ ដូចនេះ $t = 3h$ ។

លំហាត់គំរូទី3 : បើកង់វិលបាន 1750 ជុំក្នុងរយៈពេល 5 វិនាទី តើក្នុងរយៈពេលមួយម៉ោងវាវិលបានប៉ុន្មានជុំ ?

ចម្លើយ : តាង n ជាចំនួនជុំដែលកង់នោះវិលក្នុងមួយម៉ោង

1 750 ជុំប្រើពេល $5s$

n ជុំប្រើពេល $3\ 600s$ (ព្រោះ $1h = 3\ 600s$)

$\frac{1\ 750}{n} = \frac{5}{3\ 600}$ ឬ $5n = 1\ 750\times 3\ 600$

$n = \frac{1\ 750\times 3\ 600}{5} = 1\ 260\ 000$

ដូចនេះ កង់វិលបាន 1 260 000 ជុំក្នុងរយៈពេលមួយម៉ោង ។

ប្រតិបត្តិ : ពីភពព្រះចន្ទមកភពផែនដីមានចម្ងាយប្រមាណ 240 000 *mile* ។ បើគេប្រើវិទ្យុទាក់ទងដែលមានល្បឿន 186 000 *mile* ក្នុងមួយវិនាទីដើម្បីទាក់ទងគ្នា តើគេត្រូវប្រើពេលអស់ប៉ុន្មានទើបទទួលសញ្ញាចេញពីភពព្រះចន្ទ ?

2. ចំណោទដែលទាក់ទងនឹងភាគរយ

ឧទាហរណ៍ទី1 : នារីធ្វើតេស្តបានពិន្ទុ 8 ហើយបូណាបានពិន្ទុ 6 តើពិន្ទុបូណាត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយនៃពិន្ទុនារី ?

ពិន្ទុបូណាធៀបនឹងពិន្ទុនារីតាងដោយប្រភាគ $\frac{6}{8}$

ភាគរយនៃពិន្ទុបូណាធៀបនឹងពិន្ទុនារីតាងដោយប្រភាគ $\frac{n}{100}$

យើងបាន $\frac{6}{8} = \frac{n}{100}$, $8n = 600$, $n = \frac{600}{8} = \frac{6}{8}\times 100 = 75$

ដូចនេះពិន្ទុបូណាត្រូវជា 75% នៃពិន្ទុនារី ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ពូសុខរកបានប្រាក់ចំណូល 30 000៛ ចំណែកឯមីងសំរកបាន 25 000៛

រកភាគរយនៃប្រាក់ចំណូលពូសុខធៀបនឹងមីងសំ ។

ប្រាក់ចំណូលនៃពូសុខធៀបនឹងមីងសំតាងដោយប្រភាគ $\frac{30\ 000}{25\ 000} = \frac{6}{5}$

ភាគរយនៃប្រាក់ចំណូលពូសុខធៀបនឹងមីងសំតាងដោយប្រភាគ $\frac{n}{100}$

យើងបាន $\frac{6}{5} = \frac{n}{100}$, $5n = 600$, $n = \frac{600}{5} = \frac{6}{5} \times 100 = 120$

ដូចនេះ ប្រាក់ចំណូលពូសុខត្រូវជា 120% នៃប្រាក់ចំណូលមីងសំ ។

> *ជាទូទៅ :* ភាគរយនៃ a ធៀបនឹង b ត្រូវជា $\frac{a}{b} \times 100\ \%$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : វិសាលរកប្រាក់បាន 300 000៛ ក្នុងមួយខែ ហើយសន្សំទុកបាន 60 000៛ រកភាគរយនៃប្រាក់ដែលវិសាលបានសន្សំទុក ។

ចម្លើយ : ភាគរយនៃប្រាក់ដែលវិសាលសន្សំទុកបាន

$$\frac{60\ 000}{300\ 000} \times 100\% = \frac{1}{5} \times 100\% = 20\%$$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : សុខឆ្លៀតពេលជួយលក់កាសែតឱ្យគេបានប្រាក់សរុប 75 000៛ ហើយទទួលបានប្រាក់កម្រៃ 6 000៛ ។ រកភាគរយនៃប្រាក់កម្រៃនេះ ។

ចម្លើយ : ភាគរយនៃប្រាក់កម្រៃធៀបនឹងប្រាក់ដែលគេលក់បាន

$$\frac{6\ 000}{75\ 000} \times 100\% = 8\%$$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : សុខត្រូវរកប្រាក់ឱ្យបាន 35 លានរៀលសម្រាប់សង់លំនៅស្ថានមួយ ឥឡូវនេះគាត់សន្សំបាន 60% នៃប្រាក់នេះហើយ ។ រកប្រាក់ដែលគាត់សន្សំបាន ។

ចម្លើយ : តាង x ជាប្រាក់ដែលសន្សំបានគិតជាលានរៀល

ប្រាក់សន្សំបានធៀបនឹងប្រាក់ 35 លានរៀលតាងដោយប្រភាគ $\frac{x}{35}$

ដោយដឹងថាភាគរយនៃប្រាក់សន្សំធៀបនឹងប្រាក់ 35 លានរៀលស្មើនឹង 60% ហេតុនេះភាគរយនោះតាងដោយប្រភាគ $\frac{60}{100}$

យើងបាន $\frac{x}{35} = \frac{60}{100}$, $\frac{x}{35} = \frac{6}{10}$, $10x = 6 \times 35$, $x = 21$

ដូចនេះ គាត់សន្សំបានប្រាក់ 21 លានរៀល ។

លំហាត់គំរូទី 4 : សុខនិងបូណាបានសហការជួយលក់ទំនិញឱ្យក្រុមហ៊ុនមួយ ។ ក្រុមហ៊ុនឱ្យប្រាក់កម្រៃទៅសុខចំនួន 10% នៃប្រាក់ដែលបានលក់ ហើយសុខចែករំលែកទៅបូណាចំនួន 20% នៃប្រាក់ដែលបានទទួលពីក្រុមហ៊ុន ។ តើបូណាត្រូវទទួលបានប្រាក់ប៉ុន្មាន បើប្រាក់ដែលលក់បានស្មើនឹង 4 លានរៀល ។

ចម្លើយ : ដំបូងរកប្រាក់ដែលសុខទទួលពីក្រុមហ៊ុនដែលតាងដោយ x (ឯកតាគិតជាលានរៀល)

$\frac{x}{4} = \frac{10}{100}$, $100x = 40$, $x = \frac{40}{100} = 0.4$

សុខទទួលប្រាក់ពីក្រុមហ៊ុនបាន 0.4 លានរៀល បន្ទាប់មករកប្រាក់ដែលបូណាទទួលពីសុខតាងដោយ y (ឯកតាគិតជាលានរៀល) $\frac{y}{0.4} = \frac{20}{100}$, $100y = 8$, $y = \frac{8}{100} = 0.08$

ដូចនេះ បូណាទទួលពីសុខចំនួនទឹកប្រាក់ 0.08 លានរៀល ឬ 80000 រៀល ។

ប្រតិបត្តិ : ក្រុមហ៊ុនអចលនវត្ថុលក់ដីឱ្យគេដោយទទួលប្រាក់កម្រៃ 1 800 $ ត្រូវជា 3% នៃថ្លៃដី ។ តើដីដែលត្រូវលក់ថ្លៃប៉ុន្មាន ?

3. ចំណោននៃភាគរយកើន ឬ ថយ

ឧទាហរណ៍ទី 1 : បើគេបង្កើនចំនួនពី 4 ទៅ 5 ។ តើគេបានបង្កើនប៉ុន្មានភាគរយ ?

- 4 ជាចំនួនដើម
- 5 ជាចំនួនកើន
- $5 - 4 = 1$ កំណើន

កំណើនធៀបនឹងចំនួនដើមតាងដោយប្រភាគ $\frac{1}{4}$

ភាគរយនៃកំណើនធៀបនឹងចំនួនដើមតាង ដោយប្រភាគ $\frac{n}{100}$

យើងបាន $\frac{1}{4} = \frac{n}{100}$, $4n = 100$, $n = 25$

នាំឱ្យ $n = 25\%$

ដូចនេះ ភាគរយនៃកំណើនស្មើនឹង 25% ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : បើគេបន្ថយចំនួនពី 5 មក 4 ។ តើគេបានបន្ថយអស់ប៉ុន្មានភាគរយ ?

- 5 ជាចំនួនដើម
- 4 ជាចំនួនថយ
- $5 - 4 = 1$ ជាតំហយ

តំហយធៀបនឹងចំនួនដើមតាងដោយប្រភាគ $\frac{1}{5}$

ភាគរយនៃតំហយធៀបនឹងចំនួនដើមតាងដោយប្រភាគ $\frac{n}{100}$

យើងបាន $\frac{1}{5} = \frac{n}{100}$, $5n = 100$, $n = 20$

នាំឱ្យ $n = 20\%$

ដូចនេះ ភាគរយនៃតំហយស្មើនឹង 20% ។

> ***ជាទូទៅ :***
>
> - បើគេបង្កើនពី a ទៅ b ភាគរយនៃកំណើន កំណត់ដោយ $\frac{b-a}{a}$ 100%
> - បើគេបន្ថយពី b មក a ភាគរយនៃតំហយកំណត់ដោយ $\frac{b-a}{b}$ 100%

លំហាត់គំរូទី 1 : សុខទិញខោមួយថ្លៃ 32 000៛ ជាតម្លៃមួយដែលគេបានបញ្ចុះតម្លៃអស់ 60% ។ ចូរកំណត់ថ្លៃខោនេះទៅពេលដែលគេមិនទាន់បញ្ចុះតម្លៃ ។

ចម្លើយ : n ជាតម្លៃដើម

32 000 ៛ ជាតម្លៃបញ្ចុះថ្លៃ

$\frac{n-32\ 000}{n} = \frac{60}{100}$ ឬ $\frac{n-32\ 000}{n} = \frac{6}{10}$

$$10(n-32\ 000) = 6n$$

$$10n - 320\ 000 = 6n$$

$$4n = 320\ 000\ ,\ n = \frac{320\ 000}{4} = 80\ 000$$

ដូចនេះ តម្លៃដើមស្មើនឹង 80 000៛ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ឆ្នាំមុនសាលារៀនមួយទទួលបានសិស្សចំនួន 840 នាក់ ។ នៅឆ្នាំនេះទទួលសិស្សបាន 945 នាក់ ។ ចូរកំណត់ភាគរយនៃកំណើនសិស្ស ។

ចម្លើយ : កំណើននៃសិស្ស $945 - 840 = 105$

ភាគរយនៃកំណើន $\frac{105}{840} \times 100\% = 12.5\%$

ដូចនេះ នៅឆ្នាំនេះចំនួនសិស្សកើន 12.5% ។

លំហាត់គំរូទី 3 : រកតម្លៃដើមនៃសម្ភារៈមួយដែលបន្ទាប់ពីបង្កើន 30% លក់ក្នុងតម្លៃ 780 ។

ចម្លើយ : តាង n ជាចំនួនដើម បន្ទាប់ពីបង្កើនដល់ 780

កំណើន $780-n$

ភាគរយនៃកំណើន $\frac{780-n}{n} = \frac{30}{100}$

$$\frac{780-n}{n} = \frac{3}{10}$$

$$7\ 800 - 10n = 3n$$

$$7\ 800 = 10n + 3n$$

$$13n = 7\ 800\ ,\ n = 600$$

ដូចនេះ តម្លៃដើមស្មើនឹង 600 ។

លំហាត់គំរូទី 4 : រកតម្លៃដើមនៃសម្ភារៈមួយដែលបន្ទាប់ពីបញ្ចុះតម្លៃ 40% លក់ក្នុងតម្លៃ 3 600៛ ។

ចម្លើយ : តាង n ជាចំនួនដើម បន្ទាប់ពីថយស្មើនឹង 3 600

តំហយ $n-3\ 600$

ភាគរយនៃតំហយ $\frac{n-3\ 600}{n} = \frac{40}{100}$

$$\frac{n-3\ 600}{n} = \frac{4}{10}$$

$$10(n-3\ 600) = 4n$$

$$10n - 36\ 000 = 4n$$

$$10n - 4n = 36\ 000$$

$$6n = 36\ 000$$

$$n = 6\ 000$$

ដូចនេះ តម្លៃដើមស្មើនឹង 6 000៛ ។

ប្រតិបត្តិ :

ក. ប្រេងសាំងពីមុនលក់ 1 លីត្រថ្លៃ 4 800៛ ឥឡូវនេះលក់ថ្លៃតែ 4 200៛ ។ តើប្រេងសាំងចុះថ្លៃអស់ប៉ុន្មានភាគរយ ?

ខ. ឆ្នាំទៅសាលារៀនមួយទទួលសិស្សបានតែ 800 នាក់ ។ ប៉ុន្តែឆ្នាំនេះ ការទទួលសិស្សបានកើនឡើង 10% ។ រកចំនួនសិស្សនៃឆ្នាំនេះ ។

4. ការប្រាក់

បើគេយកប្រាក់ 100៛ ទៅចងការក្នុងមួយឆ្នាំ គេបានការប្រាក់ 8៛ ។

ការប្រាក់ធៀបនឹងប្រាក់ដើម តាងដោយប្រភាគ $\frac{8}{100}$ ឬ ជាភាគរយ 8% ហៅថាអត្រានៃការប្រាក់ ។

ឧទាហរណ៍ : មីងសំយកប្រាក់ 400 000៛ ទៅដាក់យកការប្រាក់ ដោយទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 6% ក្នុងមួយឆ្នាំ បើគាត់នៅតែបន្តដាក់យកការប្រាក់ជាបន្តបន្ទាប់រហូតដល់ឆ្នាំទី 4 តើប្រាក់គាត់នឹងកើនបានប៉ុន្មាន ? គាត់តម្កល់ទុកទាំងការប្រាក់និងប្រាក់ដើម ។

នៅឆ្នាំទី 1 ប្រាក់សរុប $P_1 = 400\ 000 + 400\ 000 \times \frac{8}{100} = 400\ 000 + 32\ 000 = 432\ 000$៛

នៅឆ្នាំទី 2 ប្រាក់សរុប $P_2 = 432\ 000 + 432\ 000 \times \frac{8}{100} = 432\ 000 + 34\ 560 = 466\ 560$ ៛

នៅឆ្នាំទី 3 ប្រាក់សរុប $P_3 = 466\ 560 + 466\ 560 \times \frac{8}{100} = 466\ 560 + 37\ 324.8 = 503\ 884.8$ ៛

នៅឆ្នាំទី 4 ប្រាក់សរុប $P_4 = 503\ 884.8 + 503\ 884.8 \times \frac{8}{100} = 503\ 884.8 + 40\ 310.7$

$= 544\ 195.5$ ៛

ឃើញថាប្រាក់របស់គាត់បានកើន $544\ 195.5 - 400\ 000 = 144\ 195.5$ ៛

បើធៀបនឹងប្រាក់ដើម $\frac{144\ 195.5}{400\ 000} \times 100\% = 36\%$

ប្រាក់គាត់បានកើនឡើង 36% ក្នុងរយៈពេល 4 ឆ្នាំនេះ ។

ជាទូទៅ :

- បើ p_o ជាប្រាក់ដើម r ជាអត្រាការប្រាក់ក្នុងមួយឆ្នាំ ហើយ t ជារយៈពេលនៃការដាក់យកកម្រៃ ។

  ឆ្នាំទី 1 : $P_1 = P_o + rP_o = P_o(1+r)$

  ឆ្នាំទី 2 : $P_2 = P_o(1+r) + P_o(1+r)r = P_o(1+r)(1+r) = P_o(1+r)^2$

  ឆ្នាំទី 3 : $P_3 = P_o(1+r)^2 + P_o(1+r)^2 r = P_o(1+r)^2(1+r) = P_o(1+r)^3$

  ឆ្នាំទី t : $P_t = P_o(1+r)^t$

- ប្រាក់សរុប $P = P_o(1+r)^t$ ។

បើគេផ្ទៀងផ្ទាត់ជាមួយការគណនាខាងលើ $P = 400\ 000\left(1+\frac{8}{100}\right)^4 = 400\ 000(1.08)^4$

$= 400\ 000 \times 1.360\ 488\ 89$

$= 544\ 195.5$ ។

លំហាត់គំរូ : ពូសុខយកប្រាក់ p_o ទៅសន្សំយកការប្រាក់ដោយទទួលការប្រាក់ 10% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ តើគាត់ត្រូវដាក់រយៈពេលប៉ុន្មានឆ្នាំទើបបានប្រាក់សរុបស្មើនឹងទ្វេដងនៃប្រាក់ដើម ?

ចម្លើយ : តាមរូបមន្ត $P = P_o(1+r)^t$

p_o ជាប្រាក់ដើម

r អត្រានៃការប្រាក់ $r = 0.1$

t រយៈពេលដែលដាក់ដើម្បីឱ្យបាន $P = 2P_o$

$2P_o = P_o(1+0.1)^t$ ឬ $(1.1)^t = 2$

ដើម្បីរក t គេគណនា $1.1 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1 \times 1.1$

$(1.1)^9 = 2.1$ យើងបាន $t = 9$

ហេតុនេះគាត់ត្រូវដាក់ប្រាក់រយៈពេល 9 ឆ្នាំ ។

ប្រតិបត្តិ : ពូសុខយកប្រាក់ 500 000 ៛ ទៅដាក់យកការប្រាក់ ពីរឆ្នាំក្រោយមកគេបានប្រាក់សរុប 605 000 ៛ ។ រកអត្រានៃការប្រាក់ក្នុងមួយឆ្នាំ ។

? លំហាត់

1. គណនា n ដែល

   ក. 30% នៃ n ស្មើនឹង 48

   ខ. 25% នៃ 28 ស្មើនឹង n

   គ. 17 ជា n % នៃ 85

   ឃ. n % នៃ 150 ស្មើនឹង 20

   ង. n ស្មើនឹង 30% នៃ 400 ។

2. តេស្តមួយមាន 20 សំណួរ នារីធ្វើត្រូវបាន 17 សំណួរ ។ រកភាគរយនៃសំណួរដែលធ្វើត្រូវ ។

3. អាវមួយធ្លាប់លក់ថ្លៃ 25 000 រៀល ហើយឥឡូវលក់ 20 000 រៀល ។ ចូររកភាគរយនៃការលក់បញ្ចុះថ្លៃ ។

4. សាលារៀន A មានសិស្ស 2 400 នាក់ ហើយសាលារៀន B មានសិស្ស 3 000 នាក់ ។ ចូររកភាគរយនៃសិស្សសាលារៀន A ធៀបនឹងសាលារៀន B ។

5. វណ្ណាចង់ទិញកង់មួយថ្លៃ 350 000 រៀល ឥឡូវនេះគាត់សន្សំបាន 60% នៃថ្លៃកង់រួចហើយ ។ តើគាត់នៅខ្វះប្រាក់ប៉ុន្មានទៀតទើបទិញកង់នោះបាន ?

6. សុខសន្សំបានប្រាក់ 60$ ដែលត្រូវជា 80% នៃតម្លៃម៉ាស៊ីនថតរូប ។ តើម៉ាស៊ីននោះថ្លៃប៉ុន្មាន ?

7. ឆ្នាំនេះសាលារៀនទទួលសិស្សបាន 4200 នាក់ ចំនួននេះកើនជាងឆ្នាំមុន 20% ។ ចូររកចំនួនសិស្សនៃឆ្នាំចាស់ ។

8. ទំនិញមួយបានលក់បញ្ចុះតម្លៃ 16% ដោយលក់ក្នុងតម្លៃ 4 200 រៀល រកតម្លៃមុនបញ្ចុះតម្លៃ ។

9. មីងសំបានខ្ចីប្រាក់ពីធនាគារ 1 លានរៀល ដែលមានអត្រាការប្រាក់ 12% ។ គាត់យកប្រាក់ 600 000 ៛ ទៅរកស៊ីចំណេញបាន 180 000 ៛ ហើយប្រាក់ដែលនៅសល់ 400 000 ៛ យកទៅបន្តចងការឱ្យគេក្នុងអត្រា 14% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ នៅពេលដំណាច់ឆ្នាំ តើមីងសំចំណេញឬខាត ?

10. នៅឆ្នាំនេះគេផ្តល់អាហារូបករណ៍ឱ្យសិស្សចំនួន 8% នៃសិស្សដែលបានប្រឡងជាប់សញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ដើម្បីបន្តសិក្សានៅមហាវិទ្យាល័យ ។ ចូររកចំនួនសិស្សដែលបានទទួលអាហារូបករណ៍ បើការប្រឡងសញ្ញាប័ត្រទុតិយភូមិជាប់ត្រឹមតែ 70% ក្នុងចំណោមបេក្ខជន 80 000 នាក់ ។

មេរៀនទី

3 កន្សោមពីជគណិត

វត្ថុបំណង

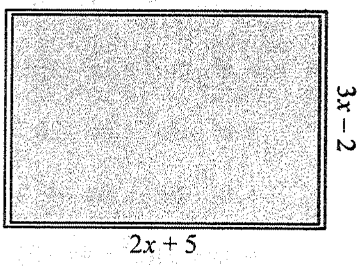
- ពន្លាតកន្សោមពីជគណិត ។
- ដាក់កន្សោមពីជគណិតជាផលគុណនៃកត្តា ។
- ធ្វើប្រមាណវិធីលើកន្សោមសនិទាន ។

1. ផលគុណនៃកន្សោមពីជគណិត

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គណនាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រដូចរូបដែលឱ្យ ។

ចតុកោណកែងដែលមានវិមាត្រ $2x+5$ និង $3x-2$ មានផ្ទៃក្រឡាកំណត់ដោយ

$S = (2x+5)(3x-2)$



ដើម្បីគណនាផលគុណនៃពីរកត្តាគេប្រើលក្ខណៈ
បំបែកនៃវិធីគុណធៀបនឹងវិធីបូកដក $a(b\pm c) = ab\pm ac$

$$
\begin{aligned}
S &= (2x+5)(3x-2)\\
&= 2x(3x-2)+5(3x-2)\\
&= (2x)(3x)+(2x)(-2)+(5)(3x)+(5)(-2)\\
&= 6x^2-4x+15x-10\\
&= 6x^2+11x-10
\end{aligned}
$$

គេអាចគណនាផលគុណនៃកត្តាដោយប្រើរូបមន្ត

$(a+b)(a+b) = (a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$(a-b)(a-b) = (a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$(a-b)(a+b) = a^2-b^2$

$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : $(2x+3)^2 = 4x^2+12x+9$

$(5x-1)^2 = 25x^2-10x+1$

$(2x+7)(2x-7) = 4x^2-49$

$(x-1)(x^2+x+1) = x^3-1$

$(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរគណនា

$A = (k+4)(k^2-4k+1)$, $B = (a-2)(a^2-3a+2)$

$C = (x+3)(x^2-4x-3)$, $D = (a-b)(a^2-2ab-3b^2)$ ។

ចម្លើយ :

$A = (k+4)(k^2-4k+1)$

$= k(k^2-4k+1)+4(k^2-4k+1)$

$= k^3-4k^2+k+4k^2-16k+4$

$= k^3-15k+4$ ។

$B = (a-2)(a^2-3a+2)$

$= a(a^2-3a+2)-2(a^2-3a+2)$

$= a^3-3a^2+2a-2(a^2-3a+2)$

$= a^3-3a^2+2a-2a^2+6a-4$

$= a^3-5a^2+8a-4$ ។

$C = (x+3)(x^2+4x-3)$

$= x(x^2+4x-3)+3(x^2+4x-3)$

$= x^3+4x^2-3x+3x^2+12x-9$

$= x^3+7x^2+9x-9$ ។

$D = (a-b)(a^2-2ab-3b^2)$

$= a(a^2-2ab-3b^2)-b(a^2-2ab-3b^2)$

$= a^3-2a^2b-3b^2a-ba^2+2ab^2+3b^3$

$= a^3-3a^2b-ab^2+3b^3$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរគណនា

$A = (4x-9)(x^2+x-12)-(2x+1)(2x^2-9x+4)$

$B = (14x+20)(x^2+2x-3)-(2x+2)(7x^2+20x)$

$C = (-6x+1)(x^2-x-2)-(2x-1)(-3x^2+x+2)$ ។

ចម្លើយ :

$A = (4x-9)(x^2+x-12)-(2x+1)(2x^2-9x+4)$

$= 4x^3+4x^2-48x-9x^2-9x+108-(4x^3-18x^2+8x+2x^2-9x+4)$

$= 4x^3-5x^2-57x+108-(4x^3-16x^2-x+4)$

$= 11x^2-56x+104$ ។

$B = (14x+20)(x^2+2x-3)-(2x+2)(7x^2+20x)$

$= 14x^3+28x^2-42x+20x^2+40x-60-(14x^3+40x^2+14x^2+40x)$

$= 14x^3+48x^2-2x-60-(14x^3+54x^2+40x)$

$= 14x^3+48x^2-2x-60-14x^3-54x^2-40x$

$= -6x^2-42x-60$ ។

$C = (-6x+1)(x^2-x-2)-(2x-1)(-3x^2+x+2)$

$= -6x^3+6x^2+12x+x^2-x-2-(-6x^3+2x^2+4x+3x^2-x-2)$

$= -6x^3+7x^2+11x-2-(-6x^3+5x^2+3x-2)$

$= -6x^3+7x^2+11x-2+6x^3-5x^2-3x+2$

$= 2x^2+8x$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : ចូរគណនា

$A = (x-2)^2-(2x+5)^2$, $B = 3(2-x)(2+x)-(x-1)^2$

$C = 4(x+1)^2-9(2x-1)^2$, $D = 2(x+2)^2-(x+1)(x-1)$ ។

ចម្លើយ :

$A = (x-2)^2-(2x+5)^2$

$= x^2-4x+4-(4x^2+20x+25)$

$= x^2-4x+4-4x^2-20x-25$

$= -3x^2-24x-21$ ។

$B = 3(2-x)(2+x)-(x-1)^2$

$= 3(4-x^2)-(x^2-2x+1)$

$= 12-3x^2-x^2+2x-1$

$= -4x^2+2x+11$ ។

$C = 4(x+1)^2-9(2x-1)^2$

$= 4(x^2+2x+1)-9(4x^2-4x+1)$

$= 4x^2+8x+4-36x^2+36x-9$

$= -32x^2+44x-5$ ។

$D = 2(x+2)^2-(x+1)(x-1)$

$= 2(x^2+4x+4)-(x^2-1)$

$= 2x^2+8x+8-x^2+1$

$= x^2+8x+9$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរគណនា

$A = 2(x-2)(-x^2-x+3)-(-2x-1)(x-2)^2$

$B = (x-1)^2(x+2)-x(x+1)^2$ ។

2. ការដាក់កន្សោមពីជគណិតជាផលគុណនៃកត្តា

បើគេសរសេរ $S= (2x+5)(3x-2)$ ទៅជា $S= 6x^2+11x-10$ មានន័យថា គេបានពន្លាតកន្សោម S ហើយច្រាសមកវិញ

បើគេសរសេរ $S= 6x^2+11x-10$ ទៅជា $S= (2x+5)(3x-2)$ មានន័យថា គេបានដាក់កន្សោម S ជាផលគុណនៃកត្តា ។

ដើម្បីសរសេរកន្សោមពីជគណិតមួយជាផលគុណនៃកត្តា គេប្រើវិធីដូចខាងក្រោម

2.1. ដាក់ជាកត្តារួម

គេប្រើរូបមន្ត $ka \pm kb = k(a\pm b)$ ដែល k ហៅថាកត្តារួម

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ដាក់ $A = 2x^2+4xy$ ជាផលគុណនៃកត្តា ។ តួទាំងពីរមាន $2x$ ដូចគ្នា

ហេតុនេះ $2x$ ជាកត្តារួម

$A = 2x(x+2y)$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ដាក់ $A = 2(x-1)+4(x-1)^2$ ជាផលគុណនៃកត្តា ។តួទាំងពីរមាន $2(x-1)$ ដូចគ្នា ហេតុនេះ $2(x-1)$ ជាកត្តារួម

$$A = 2(x-1)[1+2(x-1)]$$
$$= 2(x-1)(1+2x-2)$$
$$= 2(x-1)(2x-1) \text{ ។}$$

លំហាត់គំរូ : ចូរដាក់កន្សោម A និង B ជាផលគុណនៃកត្តា

$A = (x^2-x)+(xy-y)$, $B = (xz+10x)+(yz+10y)$ ។

ចម្លើយ :

$$A = (x^2-x)+(xy-y)$$
$$= x(x-1)+y(x-1)$$
$$= (x-1)(x+y) \text{ ។}$$
$$B = (xz+10x)+(yz+10y)$$
$$= x(z+10)+y(z+10)$$
$$= (z+10)(x+y) \text{ ។}$$

ប្រតិបត្តិ : ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាកត្តារួម

$A = 6x^2(x+1)-2x(x+1)$

$B = 3(x-1)(x+2)+(x^2-x)(x+2)$ ។

2.2. ប្រើរូបមន្តសំខាន់ៗ

គេប្រើរូបមន្ត : $a^2 \pm 2ab+b^2 = (a \pm b)^2$, $a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$

ឧទាហរណ៍ : $x^2-6x+9 = x^2-2\cdot 3\cdot x+3^2 = (x-3)^2$

$$4x^2+4xy+y^2 = (2x)^2+2\cdot 2xy+y^2 = (2x+y)^2$$

$$9x^2-\frac{1}{4} = (3x)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(3x-\frac{1}{2}\right)\left(3x+\frac{1}{2}\right) \text{ ។}$$

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

$A = 2x^3+8x^2+8x$

$B = 4(x-2)^2-(1-3x)^2$ ។

ចម្លើយ :

$A = 2x^3 + 8x^2 + 8x$ ដាក់ $2x$ ជាកត្តារួម

$= 2x(x^2 + 4x + 4)$ ប្រើរូបមន្ត $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

$= 2x(x+2)^2$ ។

$B = 4(x-2)^2 - (1-3x)^2$

$= \left[2(x-2)\right]^2 - (1-3x)^2$ ប្រើរូបមន្ត $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$= \left[2(x-2) - (1-3x)\right]\left[2(x-2) + (1-3x)\right]$

$= (2x - 4 - 1 + 3x)(2x - 4 + 1 - 3x)$

$= (5x-5)(-x-3)$

$= 5(x-5)(-x-3)$

$= -5(x-1)(x+3)$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

$A = 4x^2(x+1) - 9(x+1)$ ។

ចម្លើយ :

$A = 4x^2(x+1) - 9(x+1)$ ដាក់ $x+1$ ជាកត្តារួម

$= (x+1)(4x^2 - 9)$ ប្រើរូបមន្ត $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$= (x+1)(2x-3)(2x+3)$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : គេឱ្យកន្សោម $A = 9(2x-3)^2 - 4(x+5)^2$

ក. ពន្លាតកន្សោម A រួចគណនាតម្លៃ A ទៅតាមតម្លៃ $x = 1$ ។

ខ. ដាក់កន្សោម A ជាផលគុណនៃកត្តារួចគណនា A ទៅតាមតម្លៃ $x = 1$ ។

ចម្លើយ :

ក. $A = 9(2x-3)^2 - 4(x+5)^2$

$= 9(4x^2 - 12x + 9) - 4(x^2 + 10x + 25)$

$= 36x^2 - 108x + 81 - 4x^2 - 40x - 100$

$= 32x^2 - 148x - 19$

ចំពោះ $x = 1$, $A = 32 - 148 - 19 = -135$ ។

ខ. $A = 9(2x-3)^2 - 4(x+5)^2$

$= [3(2x-3)]^2 - [2(x+5)]^2$

$= [3(2x-3) - 2(x+5)][3(2x-3) + 2(x+5)]$

$= (6x - 9 - 2x - 10)(6x - 9 + 2x + 10)$

$= (4x - 19)(8x + 1)$

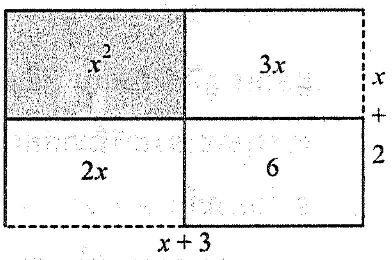
ចំពោះ $x = 1$, $A = (4 - 19)(8 + 1) = (-15)(9) = -135$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

$A = x^2(x-1) + 4x(x-1) + 4x - 4$

$B = (3x-6)(4x^2-1) - (2x-4)(4x^2+4x+1)$ ។

2.3. វិធីគុណខ្វែង



ដាក់កន្សោម $A = x^2 + 5x + 6$

ជាផលគុណនៃកត្តា

តាមរូប : តួ x^2 បំបែកទៅជា $x \cdot x$

តួ 6 បំបែកទៅជា $3 \cdot 2$

ប្រើតារាងគុណខ្វែងដើម្បី $\begin{matrix} x & 3 \\ x & 2 \end{matrix}$

ផ្ទៀងផ្ទាត់តួកណ្ដាល $5x$ $\quad 2x + 3x = 5x$

ដូចនេះ $A = (x+3)(x+2)$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរដាក់កន្សោម $A = 2x^2 - 11x + 12$ ជាផលគុណនៃកត្តា ។

ចម្លើយ : ផ្ទៀងផ្ទាត់តួកណ្ដាលដោយតារាងគុណខ្វែង តួកណ្ដាលស្មើ $-11x$

$2x \quad 3$	$2x \quad 4$	$2x \quad -4$	$2x \quad -3$
$x \quad 4$	$x \quad 3$	$x \quad -3$	$x \quad -4$
$8x + 3x = 11x$	$6x + 4x = 10x$	$-6x - 4x = -10x$	$-8x - 3x = -11x$

ដូចនេះ $A = (2x-3)(x-4)$ ។

សំគាល់ : 12 អាចបំបែក $12 = 2 \times 6$ ឬ $12 = 1 \times 12$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

$A = x^2 + 5x - 6$ ។

ចម្លើយ : ផ្ទៀងផ្ទាត់តួកណ្ដាលដោយតារាងគុណខ្វែង

x	-3	x	3	x	-6	x	6
x	2	x	-2	x	1	x	-1
$2x-3x=-x$		$-2x+3x=x$		$x-6x=-5x$		$-x+6x=5x$	

ដូចនេះ $A=(x+6)(x-1)$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

x^2-4x-5 , $x^2+2x-15$, $x^2-11x+30$

x^2-2x-8 , $x^2+5x-14$, $2x^2+5x+3$ ។

2.4. វិធីបំពេញនិងបន្ថយតួ

រកតួទី 3 នៃ $x^2+6x+\square$ ដើម្បីបំពេញឱ្យវាទៅជាការេនៃទ្វេធា

$a=x$, $2ab=6x$, $b=\dfrac{6x}{2a}=\dfrac{6x}{2x}=3$ ហើយ $b^2=9$

ដូចនេះ តួទី 3 ដែលត្រូវបំពេញស្មើនឹង 9

ខាងក្រោមនេះជាវិធីដាក់កន្សោមជាផលគុណនៃកត្តាដោយបំពេញនិងបន្ថយតួ ។

ឧទាហរណ៍ : $A=x^2-2x-8$ ដោយតួបំពេញនៃ x^2-2x គឺ 1

ហេតុនេះគេត្រូវបំពេញ 1 និងបន្ថយ 1 វិញ

$$A=\underbrace{x^2-2x+1}-1-8$$

$$=(x^2-2x+1)-9$$

$$=(x-1)^2-9$$

$$=(x-1-3)(x-1+3)$$

$$=(x-4)(x+2)$$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

$$A=x^2+3x-4$$ ។

ចម្លើយ : រកតួបំពេញ $a=x$, $2ab=3x$, $b=\dfrac{3x}{2x}=\dfrac{3}{2}$, $b^2=\dfrac{9}{4}$

$$A=x^2+3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}-4$$

$$=\left(x^2+3x+\frac{9}{4}\right)-\frac{25}{4}=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$$

$$=\left(x+\frac{3}{2}-\frac{5}{2}\right)\left(x+\frac{3}{2}+\frac{5}{2}\right)$$

$$=(x-1)(x+4)$$ ។

សំគាល់ : គេអាចប្រើវិធីគុណខ្វែង ដើម្បីដាក់កន្សោម A ជាផលគុណនៃកត្តា ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរដាក់កន្សោមជាផលគុណនៃកត្តា x^2+6x-7 , x^2-5x+6 ។

3. ប្រមាណវិធីលើកន្សោមសនិទាន

3.1. វិធីបូក ដក

ឧទាហរណ៍ : គណនាកន្សោមសនិទាន $A = \dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{x^2-1}$

$$A = \frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{(x+1)^2}+\frac{1}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{x-1}{(x+1)^2(x-1)}+\frac{x+1}{(x+1)^2(x-1)}$$ យក $(x+1)^2(x-1)$ ជាភាគបែងរួម

$$= \frac{x-1+x+1}{(x+1)^2(x-1)} = \frac{2x}{(x+1)^2(x-1)}$$ ។

ជាទូទៅ : ដើម្បីបូកឬដកកន្សោមសនិទាន

- ដាក់ភាគយកនិងភាគបែងនៃប្រភាគជាផលគុណនៃកត្តា
- សម្រួលប្រភាគនីមួយៗបើអាច
- តម្រូវភាគបែងរួម
- បូកឬដកភាគយកដោយរក្សាទុកភាគបែងរួម
- សម្រួលលទ្ធផលបើអាច ។ (ដោយឱ្យកត្តាសម្រួលខុសពីសូន្យ)

សំគាល់ : យើងចាត់ទុកកត្តាដែលត្រូវសម្រួលជាកត្តាមិនសូន្យ ហេតុនេះយើងមិនតម្រូវឱ្យមានការបញ្ជាក់តម្លៃអថេរដែលនាំឱ្យកត្តានោះស្មើនឹងសូន្យឡើយ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរគណនា $A = \dfrac{x^2+7x}{x^2-49}-\dfrac{10}{2x+4}$ ។

ចម្លើយ : $A = \dfrac{x^2+7x}{x^2-49}-\dfrac{10}{2x+4}$

$$= \frac{x(x+7)}{(x-7)(x+7)}-\frac{10}{2(x+2)}$$ សម្រួលនឹង $x+7$ (ដោយ $x+7\neq 0$ ឬ $x\neq -7$)

$$= \frac{x}{x-7}-\frac{5}{x+2}$$ ភាគបែងរួម $(x-7)(x+2)$

$$= \frac{x(x+2)}{(x-7)(x+2)}-\frac{5(x-7)}{(x-7)(x+2)}$$

$$= \frac{x(x+2)-5(x-7)}{(x-7)(x+2)}$$

$$= \frac{x^2+2x-5x+35}{(x-7)(x+2)} = \frac{x^2-3x+35}{(x-7)(x+2)}$$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $\frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2n(n+1)} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}$

ដោយឱ្យ $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, ...

ដើម្បីគណនា $\frac{1}{1\cdot2\cdot3} + \frac{1}{2\cdot3\cdot4} + \ldots\ldots \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ ។

ចម្លើយ :

$$\frac{1}{2n(n+1)} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)} = \frac{n+2}{2n(n+1)(n+2)} - \frac{n}{2n(n+1)(n+2)}$$

$$= \frac{n+2-n}{2n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

ឱ្យ $n = 1$: $\frac{1}{1\cdot2\cdot3} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$

ឱ្យ $n = 2$: $\frac{1}{2\cdot3\cdot4} = \frac{1}{12} - \frac{1}{24}$ បូកអង្គនឹងអង្គ

ឱ្យ $n = 3$: $\frac{1}{3\cdot4\cdot5} = \frac{1}{24} - \frac{1}{40}$

....

....

$$\frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2n(n+1)} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}$$

ដូចនេះ $\frac{1}{1\cdot2\cdot3} + \frac{1}{2\cdot3\cdot4} + \ldots\ldots \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរគណនា

$$1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} \quad , \quad \frac{x^2-x}{x^2+x} + \frac{3x+2}{x+1} - \frac{2x^2-x}{x(x+1)}$$ ។

3.2. វិធីគុណនិងវិធីចែក

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គណនា $\frac{a}{a+2} \times \frac{3a+6}{a^2-4a}$

$$\frac{a}{a+2} \times \frac{3a+6}{a^2-4a} = \frac{a}{a+2} \times \frac{3(a+2)}{a(a-4)}$$

$$= \frac{3a(a+2)}{a(a+2)(a-4)}$$ សម្រួលនឹង $a(a+2)$

$$= \frac{3}{a-4}$$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គណនា $\frac{4t+6}{t} \div \frac{4t^2-9}{t^2}$

$$\frac{4t+6}{t} \div \frac{4t^2-9}{t^2} = \frac{2(2t+3)}{t} \div \frac{(2t-3)(2t+3)}{t^2}$$

$$= \frac{2(2t+3)}{t} \times \frac{t^2}{(2t-3)(2t+3)} = \frac{2t^2(2t+3)}{t(2t-3)(2t+3)} = \frac{2t}{2t-3}$$ ។

ជាទូទៅ : ដើម្បីគុណឬចែកកន្សោមសនិទាន

- ដាក់ភាគយកនិងភាគបែងនៃប្រភាគជាផលគុណនៃកត្តា
- ចំពោះវិធីគុណគេគុណភាគយកនិងភាគយក ភាគបែងនិងភាគបែង
- ចំពោះវិធីចែកគេគុណប្រភាគតំណាងចែកនឹងចម្រាសនៃប្រភាគតួចែក ហើយ សម្រួលលទ្ធផលបើអាច ។

លំហាត់គំរូ : ចូរគណនា

$$A = \frac{x^2-4}{2x^2-4x} \times \frac{x^2-9}{x^2+6x+9} \qquad B = \frac{ab-b^2}{a(a+b)^2} \div \frac{b^2}{a(a^2-b^2)} \text{ ។}$$

ចម្លើយ :

$$A = \frac{x^2-4}{2x^2-4x} \times \frac{x^2-9}{x^2+6x+9}$$

$$= \frac{(x-2)(x+2)}{2x(x-2)} \times \frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)^2}$$

$$= \frac{x+2}{2x} \times \frac{x-3}{(x+3)}$$

$$= \frac{(x+2)(x-3)}{2x(x+3)} \text{ ។}$$

$$B = \frac{ab-b^2}{a(a+b)^2} \div \frac{b^2}{a(a^2-b^2)}$$

$$= \frac{b(a-b)}{a(a+b)^2} \div \frac{b^2}{a(a-b)(a+b)}$$

$$= \frac{b(a-b)}{a(a+b)^2} \times \frac{a(a-b)(a+b)}{b^2}$$

$$= \frac{ab(a-b)(a-b)(a+b)}{ab^2(a+b)^2}$$

$$= \frac{(a-b)^2}{b(a+b)} \text{ ។}$$

ប្រតិបត្តិ : ចូរគណនា

$$A = \frac{x^2}{x^2-25} \div \frac{x^2+b}{x^2-20x+25} \quad , \quad B = \frac{a-2}{a^2b} \times \frac{a^3-a^2}{a(a-2)-(a-2)} \text{ ។}$$

? លំហាត់

1. ចូរពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម ។

$A = (x+4)(x^2-4x+1)$, $B = (x+3)(x^2+4x-3)$

$C = (a-b)(a^2-2ab-3b^2)$, $D = (x+2)(x^2-5x-1)$

$E = (y+5)(y^2-3y-8)$, $F = (3n+4)(n+5)$

$G = (x+3)(x-1)^2$, $H = (y-1)(y+2)^2$ ។

2. ចូររក a ដើម្បីឱ្យ

ក. $(x+a)(x-8) = x^2-12x+32$

ខ. $(2y-6)(y+a) = 2y^2+8y-42$ ។

3. ចូរដាក់កន្សោមជាផលគុណនៃកត្តា

$2x^4+8x$, $7b^3+21b$, $8ax^2-12a^2x^3$

$10x^3y^2-15xy^3$, $6x^2-9y^2$, $15x-20y^2$

$4x^3-2x^2+14x$, $3a^4+9a^2-15$, $2x^3+3x^2+4x$

$9xy-3x^2+4xy^2$, $8abc^2-4b^2c+12a^2bc$

$6x^2yz+2xy^2z-4xyz$, $12x^4y^3t^2-4x^3yt^2+8x^2t-16xy$ ។

4. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

$a(x+1)+b(x+1)$, $z(y-3)+2(y-3)$, $ab-3a+9b-27$

$ab+7a+4b+28$, $xy+2x-7y-14$, $ap-2pk+ya-2yk$

$am-mb-an+nb$, $12xy+15x+4y+5$, $2ab-8a+3b-12$

$3ab+12a-b-4$, $xy-8x-3y+24$ ។

5. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

$A = at+bt+ct+2a+2b+2c$

$B = ax+2ay+3az-4x-8y-12z$

$C = ax+ay-az-bx-by+bz$

$D = y^2-cy-ay+ac-by+bc$ ។

6. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

$A = (x+y)^2 - z^2$, $B = (x+y)^2 - (z+t)^2$

$C = (x^2 - 2xy + y^2) - t^2$, $D = (a+b)^2 - (a-b)^2$ ។

7. ចូររកតម្លៃនៃ a ដើម្បីផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាពខាងក្រោម ។

ក. $4x^2 - 3ay^4 = (2x+9y^2)(2x-9y^2)$

ខ. $16x^2 + 5ay^4 = (4x+5y^2)(4x-5y^2)$ ។

8. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

$x^2 - 16$, $y^2 - 121$, $y^2 - 1$, $4z^2 - 49$

$3a^2 - 12$, $25b^2 - 64$, $36x^4 - y^2$, $84x^2 - 21$

$3x^2 - 75$, $4m^2 - 144$, $8x^2 - 160x + 800$, $5x^2y^2 - 500$

$3t^2z^4 - 147$, $2xy^2 - 32x$, $3a^2b^4 - 192a^3$

$5ab^2 - 20a + 30b^2 - 120$, $4cx^2 - 4c - 12x^2 + 12$, $2xy^2 - 2x + 4y^2 - 4$ ។

9. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

$9(x-1)^2 - 4(2x+3)^2$, $4(y+2)^2 - y^2$

$3(x+1) - x^2 - 2x - 1$, $(2x-5)^2 - 4x^2 + 25$

$16(x+3)^2 - (x-1)^2$, $x^3 - x$, $t^4 - 1$, $4x^2 - 16x$

$(x+1)^2 - (x^2-1) + 2x + 2$, $x^5 - x$, $x(y-1)^2 - 4x$ ។

10. ចូរកំណត់តម្លៃនៃ a ដើម្បីឱ្យ $P = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 3$ ស្មើនឹង $(x-1)(2x^2 + ax - 3)$ រួចដាក់ P ជាផលគុណនៃកត្តាដឺក្រេទី 1 ។

11. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា តាមវិធីបំពេញនិងបន្ថយតួ ឬតាមវិធីគុណខ្វែង ។

$x^2 + 5x + 4$, $x^2 + 5x + 6$, $t^2 + 8t + 15$

$x^2 - 10x + 9$, $t^2 - 11t + 28$, $x^2 + 7x - 8$

$x^2 + x - 6$, $x^2 + 11x - 12$, $b^2 + 6b - 7$

$x^2 + 3x - 4$, $y^2 - y - 12$, $y^2 - 2y - 35$

$n^2 - 4n - 12$, $a^2 - 3a - 18$, $x^2 - 6x - 7$

$5t^2 + 12t + 7$, $2x^2 + 13x - 7$, $2x^2 + 5x - 3$ ។

12. ចូរដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណនៃកត្តា

$2a^2+24a+70$, $3x^2+21x+36$, $5a^2-15a-90$

$2x^2-4x-160$, $4bc^2+12bc-40b$, $6xy^4+18xy^2-168x$ ។

13. ចូរគណនាកន្សោមសនិទានខាងក្រោម ។

$3x-\dfrac{x+2}{x}$, $\dfrac{2x-5}{3x}+3x-1$, $y+\dfrac{y-4}{3y+4}$

$a-3-\dfrac{5}{a+1}$, $b+5+\dfrac{5}{b-5}$, $3n+\dfrac{2n+3}{4n+5}$ ។

14. ចូរកំណត់ a , b , c ដែល

$$\frac{2x^2-x+3}{x-1}=ax+b+\frac{c}{x-1}$$

15. ចូរគណនាកន្សោមសនិទានខាងក្រោម ។

$\dfrac{6x-1}{81-x^2}-\dfrac{2x}{x+9}$, $\dfrac{10y-1}{100-y^2}-\dfrac{5y}{y+10}$, $\dfrac{11}{121-x^2}-\dfrac{x^2}{x+11}$

$\dfrac{t}{2(t+3)}-\dfrac{2}{3(t+3)}$, $\dfrac{4x+16}{(x+4)(x-4)}+\dfrac{-4}{x+4}$, $\dfrac{4z+2}{16-z^2}+\dfrac{4}{z-4}$ ។

16. ចូរសម្រួលកន្សោមសនិទានខាងក្រោម ។

$\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{3}{y}}{\frac{4}{y}}$, $\dfrac{\frac{2}{x}+\frac{3}{y}}{-\frac{5}{x}}$, $\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}{-\frac{6}{5y}}$, $\dfrac{\frac{4}{x}+5}{\frac{5}{y}}$

$\dfrac{\frac{8}{x}-9}{\frac{6}{y}}$, $\dfrac{\frac{4}{a^2}+\frac{b}{a}}{\frac{2}{a}-12}$, $\dfrac{\frac{3x}{x^2-49}+\frac{7}{x+7}}{\frac{1}{x-7}-\frac{7}{2x+14}}$

$\dfrac{\frac{2b}{b-4}-\frac{3}{b^2}}{\frac{5}{5b-20}+\frac{3}{4b^2-16b}}$, $\dfrac{\frac{1}{a+1}}{a-\frac{1}{a+\frac{1}{a}}}$, $\dfrac{2}{c+\frac{1}{1+\frac{c+1}{5-c}}}$ ។

17. គេឱ្យកន្សោមសនិទាន $A=\dfrac{2x^3-8x}{2x^3-8x^2+8x}$

ចូរគណនាតម្លៃនៃ A ចំពោះ $x=2\ 011$ ។

មេរៀនទី

4 សមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

វត្ថុបំណង

- ដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 1 ។
- ដោះស្រាយសមីការដែលមានភាគបែងជាលេខ ។
- ដោះស្រាយសមីការដែលអង្គទី 1 ជាផលគុណនៃកត្តា ។
- ដោះស្រាយចំណោទនៃសមីការដឺក្រេទី 1 ។

1. សមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត

- ប្រើលក្ខណៈសមភាព បើ $a = b$ នោះ $a+c = b+c$

ឧទាហរណ៍ទី 1: កាលពី 6 ឆ្នាំមុនខ្ញុំមានអាយុ 40 ឆ្នាំ ។ តើឆ្នាំនេះខ្ញុំមានអាយុប៉ុន្មាន ?

តាង x ជាអាយុខ្ញុំនៅបច្ចុប្បន្នកាលនេះ

$x-6 = 40$

$x-6+6 = 40+6$ បូកអង្គទាំងពីរនឹង 6

$x = 46$ ជាចម្លើយនៃសមីការ ។

- ប្រើលក្ខណៈសមភាព បើ $a = b$ នោះ $a-c = b-c$

ឧទាហរណ៍ទី 2: នៅ 4 ឆ្នាំទៀតខ្ញុំនឹងមានអាយុ 32 ឆ្នាំ ។ តើឆ្នាំនេះខ្ញុំមានអាយុប៉ុន្មាន ?

តាង x ជាអាយុខ្ញុំនៅបច្ចុប្បន្នកាលនេះ

$x+4 = 32$

$x+4-4 = 32-4$ ដកអង្គទាំងពីរនឹង 4

$x = 28$ ជាចម្លើយនៃសមីការ ។

- ប្រើលក្ខណៈសមភាព បើ $a = b$ នោះ $ac = bc$

ឧទាហរណ៍ទី 3: ពាក់កណ្ដាលនៃអាយុខ្ញុំ ទើបស្មើនឹង 27 ឆ្នាំ ។ រកអាយុខ្ញុំ ។

តាង x ជាអាយុខ្ញុំ

$\frac{x}{2} = 27$

$2\times\frac{x}{2} = 2\times 27$ គុណអង្គទាំងពីរនឹង 2

$x = 54$ ជាចម្លើយនៃសមីការ ។

- ប្រើលក្ខណៈសមភាព បើ $a = b$ នោះ $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ $c\neq 0$

ឧទាហរណ៍ទី 4: ពីរដងនៃអាយុខ្ញុំស្មើនឹង 50ឆ្នាំ ។ រកអាយុខ្ញុំ ។

តាង x ជាអាយុខ្ញុំ

$2x = 50$

$\frac{2x}{2} = \frac{50}{2}$ ចែកអង្គទាំងពីរនឹង 2

$x = 25$ ជាចម្លើយនៃសមីការ ។

ក្នុងប្រតិបត្តិ គេអាចលើកតួមានអញ្ញាតទៅអង្គម្ខាងនិងតួគ្មានអញ្ញាតទៅអង្គម្ខាងទៀត ។ តួណាប្តូរអង្គត្រូវប្តូរសញ្ញារួចធ្វើប្រមាណវិធី ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរដោះស្រាយសមីការ $7x+3 = 5x+13$ ។

ចម្លើយ :

$7x+3 = 5x+13$

$7x-5x = 13-3$

$2x = 10$

$x = \frac{10}{2} = 5$ ជាចម្លើយនៃសមីការ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរដោះស្រាយសមីការ $3-3x+5x = 2x+2$ ។

ចម្លើយ :

$3-3x+5x = 2x+2$

$3+2x = 2x+2$

$2x-2x = 2-3$

$0x = -1$ គ្មានតម្លៃ x ដែលគុណនឹង 0 ស្មើនឹង -1 ទេ ហេតុនេះសមីការគ្មានចម្លើយ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : ចូរដោះស្រាយសមីការ $2x-4x+20 = 20-2x$ ។

ចម្លើយ :

$2x-4x+20 = 20-2x$

$-2x+20 = 20-2x$

$-2x+2x = 20-20$

$0x = 0$ ចំពោះគ្រប់តម្លៃនៃ x អង្គទីមួយស្មើនឹង 0 ជានិច្ច

ហេតុនេះសមីការមានចម្លើយច្រើនអនេក ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរដោះស្រាយសមីការ

ក. $6(x-2) = 3(x-8)$ ខ. $3x+5 = 3(x+2)$ គ. $6x-4 = 2+6(x-1)$ ។

2. សមីការដែលមានភាគបែងជាលេខ

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ដោះស្រាយសមីការ $\frac{8x}{5}+3 = x$

- តម្រូវភាគបែងរួមនៃអង្គទាំងពីររបស់សមីការ
$\frac{8x}{5}+\frac{15}{5} = \frac{5x}{5}$
- លុបភាគបែងចោលគេបាន

$8x+15 = 5x$

$8x-5x = -15$

$3x = -15$, $x = -5$ ជាចម្លើយនៃសមីការ ។

វិធាន : ដើម្បីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាតដែលមានភាគបែងជាលេខ គេត្រូវ

- តម្រូវភាគបែងរួមនៃអង្គទាំងពីររបស់សមីការរួចលុបភាគបែងចោល ។
- លើកតួមានអញ្ញាតទៅអង្គម្ខាងនិងតួគ្មានអញ្ញាតទៅអង្គម្ខាងទៀត ។ តួណាប្តូរអង្គត្រូវប្តូរសញ្ញារួចធ្វើប្រមាណវិធី ។

លំហាត់គំរូ : ចូរដោះស្រាយសមីការ $\frac{3x-1}{6}-\frac{x+1}{12} = \frac{x-5}{4}+\frac{x}{6}$ ។

ចម្លើយ :

ភាគបែងរួមស្មើនឹង 12

$\frac{3x-1}{6}-\frac{x+1}{12} = \frac{x-5}{4}+\frac{x}{6}$

$\frac{2(3x-1)}{12}-\frac{x+1}{12} = \frac{3(x-5)}{12}+\frac{2x}{12}$

$\frac{2(3x-1)-(x+1)}{12} = \frac{3(x-5)+2x}{12}$

$2(3x-1)-(x+1) = 3(x-5)+2x$

$6x-2-x-1 = 3x-15+2x$

$5x-3 = 5x-15$

$5x - 5x = -15 + 3$

$0x = -12$ ចំពោះគ្រប់តម្លៃនៃ x អង្គទីមួយស្មើនឹង 0 ជានិច្ច

ដូចនេះសមីការគ្មានចម្លើយ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរដោះស្រាយសមីការ $\frac{3x}{4} + 9 = \frac{x}{2} + 15$, $\frac{x+7}{6} + \frac{2x-8}{2} = -4$ ។

3. សមីការដែលអង្គទី1ជាផលគុណនៃកត្តា

ពិនិត្យតារាងខាងក្រោម

A	B	$A \times B$
3	0	0
0	3	0
0	0	0

ដើម្បីឱ្យផលគុណនៃកត្តា $A \times B$ ស្មើនឹង 0 លុះត្រាតែកត្តា $A = 0$ ឬ $B = 0$ គេអាចអនុវត្តលក្ខណៈនេះដើម្បីដោះស្រាយសមីការ ដែលអង្គទី 1 ជាផលគុណនៃកត្តា ។

ឧទាហរណ៍ទី 1: ដោះស្រាយសមីការ $(x-1)(x-2) = 0$

ក្នុងករណីនេះគេឱ្យកត្តានីមួយៗស្មើនឹងសូន្យ

$x - 1 = 0$, $x = 1$ ជាចម្លើយនៃសមីការ

$x - 2 = 0$, $x = 2$ ជាចម្លើយនៃសមីការ

ដូចនេះសមីការមានចម្លើយពីរគឺ $x = 1$ និង $x = 2$

ព្រោះតម្លៃទាំងពីរបានផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2: ដោះស្រាយសមីការ $x^2 - 9 = 0$

សរសេរអង្គទី 1 ជាផលគុណនៃកត្តា

$x^2 - 9 = 0$, $(x-3)(x+3) = 0$

$x - 3 = 0$, $x = 3$

$x + 3 = 0$, $x = -3$

$x = 3$, $x = -3$ ជាចម្លើយនៃសមីការ ។

វិធាន ៖ ដើម្បីដោះស្រាយសមីការមានមួយអញ្ញាតដែលអង្គទី 1 មានអញ្ញាតជាដឺក្រេទី 2 គេត្រូវសរសេរអង្គទី 1 ជាផលគុណកត្តានៃដឺក្រេទី 1 ។

លំហាត់គំរូ ៖ ចូរដោះស្រាយសមីការ $x^2-6x-7=0$ ។

ចម្លើយ ៖

$x^2-6x-7=0$

$x^2-6x+9-9-7=0$

$(x-3)^2-16=0$

$(x-3-4)(x-3+4)=0$

$(x-7)(x+1)=0$

$x-7=0\ ,\ x=7$

$x+1=0\ ,\ x=-1$

ហេតុនេះ $x=7$ និង $x=-1$ ជាចម្លើយនៃសមីការ ។

ប្រតិបត្តិ ៖ ចូរដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម ។

$x^2+2x-4x-8=0$, $(2x-1)^2-(x+3)^2=0$, $3x^2+9x=0$, $2x^2+3x-5=0$ ។

4. ចំណោទសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត

លំហាត់គំរូទី 1 ៖ បច្ចុប្បន្នកាលនេះឪពុកមានអាយុ 42 ឆ្នាំ ហើយកូនមានអាយុ 15 ឆ្នាំ តើនៅប៉ុន្មានឆ្នាំទៀតទើបអាយុឪពុកស្មើនឹងពីរដងនៃអាយុកូន ?

ចម្លើយ ៖

សម្មតិកម្ម ៖ បច្ចុប្បន្នកាលនេះអាយុឪពុកស្មើ 42 ហើយអាយុកូនស្មើ 15 ឆ្នាំ ។

សំណួរ ៖ រកចំនួនឆ្នាំទៅមុខទៀតដើម្បីឱ្យអាយុឪពុកស្មើនឹងពីរដងនៃអាយុកូន ។

ការតាងអញ្ញាត ៖ តាង t ជាចំនួនឆ្នាំទៅមុខទៀត ។

គំនិតបន្ថែម ៖ ពីរឆ្នាំទៀតអាយុឪពុកត្រូវជា $42+2=44$ អាយុកូន $15+2=17$ ។

សមីការ ៖ t ឆ្នាំទៀត

អាយុឪពុកស្មើ $42+t$ និងអាយុកូន $15+t$ ហើយពីរដងនៃអាយុកូនស្មើ $2(15+t)$

យើងបានសមីការ $42+t=2(15+t)$ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ :*

$42+t = 2(15+t)$

$42+t = 30+2t$

$42-30 = 2t-t$

$t = 12$ ។

ការផ្ទៀងផ្ទាត់ :

នៅ $t = 12$ ឆ្នាំទៅមុខទៀត អាយុឪពុក $42+12 = 54$ អាយុកូន $15+12 = 27$ ហើយ $2\times 27 = 54$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ពីមុននំប៉័ងមួយលក់ថ្លៃ 500 រៀល បើគេចង់បង្កើនថ្លៃលក់ 18% តើគេត្រូវលក់ថ្លៃប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ :

សម្មតិកម្ម : តម្លៃដើមគ្រា 500 រៀល ភាគរយនៃកំណើនស្មើនឹង 18% ។

សំណួរ : រកតម្លៃលក់ថ្មី ។

ការតាងអញ្ញាត : តាង x ជាតម្លៃលក់ថ្មី ។

សមីការ : $x-500$ ជាកំណើនថ្លៃលក់ ។

កំណើនថ្លៃលក់ធៀបនឹងតម្លៃដើមគ្រាតាងដោយប្រភាគ $\frac{x-500}{500}$ ហើយភាគរយនៃកំណើនតាងដោយប្រភាគ $\frac{18}{100}$ ។

ដូចនេះ $\frac{x-500}{500} = \frac{18}{100}$ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ :*

$\frac{x-500}{500} = \frac{18}{100}$

$\frac{x-500}{500} = \frac{18\times 5}{500}$

$x-500 = 18\times 5$

$x = 90+500 = 590$ ៛ ។

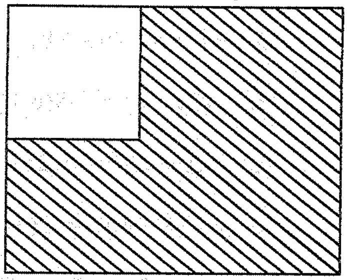
ការផ្ទៀងផ្ទាត់ :

ថ្លៃលក់ដើមគ្រា 500 រៀល ហើយថ្លៃលក់ថ្មី 590 រៀល កំណើន $590-500 = 90$

$\frac{90}{500}\times 100\% = 18\%$ ជាភាគរយនៃកំណើនថ្លៃលក់ថ្មី ។

លំហាត់គំរូទី 3 : ចតុកោណកែងមួយដែលមានវិមាត្រ x និង 2 (គិតជា m) ។ គេបង្កើនវិមាត្រទាំងពីររៀងគ្នា 2 និង 3 បន្ថែមទៀត ។ រកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកឆូតស្មើនឹងពីរដងនៃចតុកោណកែងដើម ។

ចម្លើយ :



សម្មតិកម្ម : 2 និង x ជាវិមាត្រនៃចតុកោណកែងដើម $2+3$ និង $x+2$ ជាវិមាត្រនៃចតុកោណកែងចុងក្រោយ ។

សំណួរ : រកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យ ផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកឆូតស្មើនឹងពីរដងនៃចតុកោណកែងដើម ។

ការតាងអញ្ញាត : មានស្រាប់គឺ x

គំនិតបន្ថែម : ផ្ទៃក្រឡាផ្នែកឆូត = ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណធំ – ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណតូច ។

សមីការ : ពីរដងនៃផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែងដើម $2\times 2x = 4x$

ផ្ទៃក្រឡាផ្នែកឆូត = ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណធំ – ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណតូច

$4x = 5(x+2)-2x$ ។

✍ ***ដំណោះស្រាយ :***

$4x = 5(x+2)-2x$

$4x = 5x+10-2x$

$4x = 3x+10$

$x = 10$ ដូចនេះ $x = 10m$ ។

ការផ្ទៀងផ្ទាត់ :

$x = 10$, ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណដើម $2\times 10 = 20m^2$

ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណធំ $5\times 12 = 60m^2$

ផ្ទៃក្រឡានៃផ្នែកឆូត $60-20 = 40m^2$

$40m^2 = 2\times 20m^2$ ។

ប្រតិបត្តិ :

ក. ម៉ារីមានអាយុ 8 ឆ្នាំ ច្រើនជាងអាយុបូណា ។ ផលបូកអាយុរបស់ម៉ារីនិងបូណាស្មើនឹង 38 ឆ្នាំ ។ ចូររកអាយុរបស់បូណា ។

ខ. ថែម 7 លើពីរដងនៃមួយចំនួនស្មើរនឹងបន្ថយ 27 ពីបីដងនៃចំនួននោះ ។ ចូររកចំនួននោះ ។

? លំហាត់

1. ចូរដោះស្រាយសមីការ

ក. $4(x-5) = 2x-14$

ខ. $x+7 = -2(x+8)$

គ. $3(2y-1) = -8(6+y)$

ឃ. $-(z+12) = 5(2z-1)$

ង. $n-(8+4n) = 2(3n-4)$

ច. $(2m+3)^2-(2m+5) = 4m(m+4)+4$

ឆ. $5p-(8-p) = 2[-4-(3+5p)-13]$

ជ. $-[k-(4k+2)] = 2+(2k+7)$

ឈ. $2-4\{-2x+3[-1+5(1-x)]-1\} = 0$

ញ. $\sqrt{3}(x-2)-2x\sqrt{2} = 2(x\sqrt{3}-3-x\sqrt{2})$

ដ. $6(7x+8)-7(6x+4) = 5(6+7x)-35(x-1)$

ឋ. $8(3-2p)-16(1-p)-3(p-4) = 20-3p$ ។

2. ចូរដោះស្រាយសមីការ

ក. $\frac{5x}{3}+\frac{9}{8} = \frac{7x}{6}+\frac{3}{16}$

ខ. $\frac{2y+1}{3}+\frac{5-y}{4} = 1-\frac{3y+2}{6}$

គ. $\frac{2(3z-8)}{9}-\frac{5(z-3)}{3} = \frac{3(z-8)}{4}+\frac{17}{36}$

ឃ. $\frac{3t-5}{8}+\frac{t+12}{12} = 1$

ង. $\frac{x+4}{3}-\frac{x-4}{5} = 2+\frac{3x-1}{15}$

ច. $1+\frac{2n}{3}-\frac{1}{2}-n = \frac{1-n}{3}$

ឆ. $3k+\frac{5k-3}{2} = 37$

ជ. $2.4x+\frac{3(x-1.6)}{5} = \frac{8.4x-4.9}{2}$

ឈ. $\left(\frac{3}{4}x-\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{2}{3}x+0.6\right)-\left(\frac{7}{12}x-0.3\right) = 5.8$

ញ. $x+\frac{3}{2}-\frac{4x-3}{4} = 1-\frac{5x-12}{6}$

ដ. $8(x-2)+3 = 7x+\frac{2x-1}{2}-3$

ឋ. $\frac{(2y+1)^2}{4}-\frac{3(y+2)^2}{6} = \frac{y(y-2)}{2}$

ឌ. $\frac{(z-2)^2}{3}+\frac{z(z-3)}{5} = \frac{(8z+7)(z-1)}{15}+\frac{4}{5}$ ។

3. ចូរដោះស្រាយសមីការ

ក. $x(x+3) = 0$

ខ. $(x+5)(x-1) = 0$

គ. $(x-1)^2-4 = 0$

ឃ. $4(x-1)^2-(2x-3)^2 = 0$

ង. $x^2-6x = 0$

ច. $2x^2-2 = 0$ ។

4. ចូរដោះស្រាយសមីការ

ក. $x^2 - 2x + 3 = 0$　　　　ខ. $x^2 - 12x + 32 = 0$

គ. $y^2 - 14 = 5y$　　　　ឃ. $x^2 - x = 3x + 12$ ។

5. កាណូតមួយបើកបណ្ដោយទឹកពីកំពង់ផែ A ទៅកំពង់ផែ B ដែលមានចម្ងាយ $57km$ ។ ពេលកាណូតបើកដល់ចំណុចមួយ គេត្រូវឈប់សម្រាកអស់ $1/3h$ ហើយទៅដល់កំពង់ផែ B ត្រូវចំណាយពេលអស់ $10/3h$ ។ គេដឹងថាចរន្តទឹកមានល្បឿន $2km/h$ ។ ចូរគណនាល្បឿនកាណូត ផ្ទាល់ ។

6. ឧទ្ធម្ភាចក្រមួយគ្រឿងធ្វើដំណើរចេញពីអាកាសយានដ្ឋានអន្តរជាតិភ្នំពេញឆ្ពោះទៅទីរួមខេត្តសៀមរាបដោយល្បឿន $288km/h$ ។ 20 នាទីក្រោយមកមានយន្តហោះមួយគ្រឿងទៀតបានហោះចេញពីកន្លែងតែមួយទៅកាន់ទីរួមខេត្តសៀមរាបដែរក្នុងល្បឿន $480km/h$ ។ តើយន្តហោះនេះហោះអស់រយៈពេលប៉ុន្មាន ទើបតាមទាន់ឧទ្ធម្ភាចក្រ ?

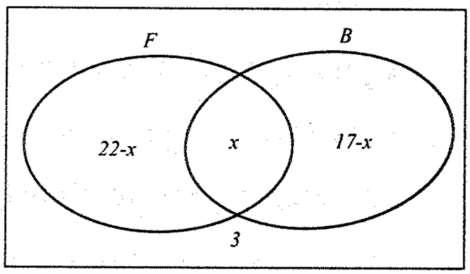
7. គេយកសៀវភៅ 280 ក្បាល ទៅចែកដល់សិស្សមួយថ្នាក់ ។ ក្រោយពេលចែកសៀវភៅអស់ គេសង្កេតឃើញថា សិស្សម្នាក់ៗទទួលបានសៀវភៅ 4 ក្បាល ។ ចូរកំណត់ចំនួនសិស្សក្នុងថ្នាក់នោះ ?

8. អ្នកជិះកង់ម្នាក់ចេញពីទីក្រុង A ទៅទីក្រុង B ដែលមានចម្ងាយ $50km$ ។ មួយម៉ោងក្រោយមកអ្នកជិះម៉ូតូម្នាក់ចេញពីទីក្រុង A ដែរ ហើយទៅដល់ទីក្រុង B មុនអ្នកជិះកង់មួយម៉ោង ។ ចូរគណនាល្បឿននៃយានទាំងពីរ បើគេដឹងថាល្បឿនម៉ូតូស្មើនឹង 2.5 ដងនៃល្បឿនកង់ ។

9. គេយកសូលុយស្យុងអាស៊ីត 40 % ដែលមានមាឌ 20l ទៅលាយជាមួយសូលុយស្យុងអាស៊ីត 70 % ។ តើគេត្រូវលាយសូលុយស្យុង 70% ប៉ុន្មានលីត្រ ដើម្បីបានល្បាយមួយដែលមានអាស៊ីត 50 % ?

10. អ្នកស្រីសុវត្ថិបានយកប្រាក់មួយចំនួនទៅចងការ ។ មួយផ្នែកនៃប្រាក់នេះគាត់ទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 9 % និងមួយផ្នែកទៀតដែលលើសពីផ្នែកមុន 8 000 000៛ ទទួលបានអត្រាការប្រាក់ 10 % ។ ក្នុងមួយឆ្នាំគាត់ទទួលបានការប្រាក់ទាំងអស់ចំនួន 4 600 000៛ ។ តើគាត់មានប្រាក់ដើមក្នុងអត្រាការប្រាក់នីមួយៗប៉ុន្មានរៀល ?

11. ថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សប្រុស 30 នាក់ ក្នុងនោះសិស្ស 22 នាក់លេងបាល់ទាត់ ហើយសិស្ស 17 នាក់លេងបាល់បោះ មានសិស្ស 03 នាក់មិនលេងបាល់បោះនិងបាល់ទាត់ ។



សំណុំ F តាងឱ្យអ្នកលេងបាល់ទាត់

សំណុំ B តាងឱ្យអ្នកលេងបាល់បោះ

សំណុំ $F \cap B$ តាងឱ្យអ្នកលេងបាល់ទាត់និងបាល់បោះ

ចូររកចំនួនសិស្សដែលលេងបាល់ទាត់ផងនិងបាល់បោះផង ។

12. ក្នុងការប្រគល់មេដៃទៅឱ្យកីឡាករបានប្រព្រឹត្តទៅតាមលំដាប់ដូចខាងក្រោម ។

ថ្ងៃទី 1 គេបានប្រគល់អស់ពាក់កណ្ដាលនៃមេដៃ

ថ្ងៃទី 2 គេបានប្រគល់អស់ពាក់កណ្ដាលនៃមេដៃដែលសល់ពីថ្ងៃទី 1

ថ្ងៃទី 3 គេបានប្រគល់អស់ពាក់កណ្ដាលនៃមេដៃដែលសល់ពីថ្ងៃទី 2

ថ្ងៃទី 4 គេបានប្រគល់អស់ពាក់កណ្ដាលនៃមេដៃដែលសល់ពីថ្ងៃទី 3

ហើយនៅសល់មេដៃ 2 ។ តើចំនួនមេដៃសរុបមានចំនួនប៉ុន្មាន ?

13. ទូរសព្ទដៃមួយលក់បញ្ចុះតម្លៃ 30% នៃតម្លៃដែលលក់ពីមុន ដោយគិតទាំងពន្ធអាករបន្ថែម 10% នៃថ្លៃលក់ ។ ពូសុខត្រូវបង់ថ្លៃសរុបអស់ប្រាក់ 184 800៛ ។ ចូររកតម្លៃដែលបានលក់ពីមុន ។

មេរៀនទី

5 វិសមីការដឺក្រេទី១មានមួយអញ្ញាត

វត្ថុបំណង

- ស្រាយបញ្ជាក់វិសមភាពងាយៗ ។
- ដោះស្រាយវិសមីការ ។
- ដោះស្រាយចំណោទដែលទាក់ទងនឹងវិសមីការ ។

1. លក្ខណៈនៃវិសមភាព

ឧទាហរណ៍ទី 1 : $4>3$, $4+6>3+6$

$4>3$, $4-2>3-2$ ។

ជាទូទៅ : បើគេបូក ឬដកចំនួនតែមួយលើអង្គទាំងពីរនៃវិសមភាព គេបានវិសមភាពថ្មីដែលមានទិសដៅដូចវិសមភាពដើម ។

បើ $a>b$ នោះ $a+c>b+c$

$a-c>b-c$

ឧទាហរណ៍ទី 2 :

$7>5$, $7\times 3>5\times 3$ គុណនឹង $3>0$

$7>5$, $7\times(-3)<5\times(-3)$ គុណនឹង $-3<0$

$8>6$, $8\div 2>6\div 2$ ចែកនឹង $2>0$

$8>6$, $8\div(-2)<6\div(-2)$ ចែកនឹង $-2<0$ ។

ជាទូទៅ : បើគេគុណ ឬចែកអង្គទាំងពីរនៃវិសមភាពនឹងចំនួនវិជ្ជមានតែមួយ គេបានវិសមភាពថ្មីដែលមានទិសដៅដូចវិសមភាពដើម ។

បើគេគុណឬចែកអង្គទាំងពីរនៃវិសមភាពនឹងចំនួនអវិជ្ជមានតែមួយ គេបានវិសមភាពថ្មីមានទិសដៅផ្ទុយពីវិសមភាពដើម ។

$a>b\begin{cases}ac>bc\\ a\div c>b\div c\end{cases}$ បើ $c>0$, $a>b\begin{cases}ac<bc\\ a\div c<b\div c\end{cases}$ បើ $c<0$

លំហាត់គំរូ : គេឱ្យ a និង b ជាចំនួនខុសពីសូន្យ

ក. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $a^2+b^2 \geq 2ab$

ខ. បើ a និង b មានសញ្ញាដូចគ្នា ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} \geq 2$

គ. បើ a និង b មានសញ្ញាផ្ទុយគ្នា ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} \leq 2$ ។

ចម្លើយ :

ក. $(a-b)^2$ ជាចំនួនវិជ្ជមាន ឬស្មើនឹង 0

យើងបាន $(a-b)^2 \geq 0$ ឬ $a^2+b^2-2ab \geq 0$ បូកអង្គទាំងពីរនឹង $2ab$

$$a^2+b^2-2ab+2ab \geq 2ab$$

ដូចនេះ $a^2+b^2 \geq 2ab$ ។

ខ. ដោយប្រើ $a^2+b^2 \geq 2ab$ បើ a និង b មានសញ្ញាដូចគ្នានោះ $ab>0$

ចែកអង្គទាំងពីរនឹង $ab>0$ វិសមភាពមិនប្តូរទិសដៅ

$\frac{a^2+b^2}{ab} \geq \frac{2ab}{ab}$, $\frac{a^2}{ab}+\frac{b^2}{ab} \geq 2$, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} \geq 2$ ។

គ. ដោយប្រើ $a^2+b^2 \geq 2ab$ បើ a និង b មានសញ្ញាផ្ទុយគ្នានោះ $ab<0$

ចែកអង្គទាំងពីរនឹង $ab<0$ វិសមភាពប្តូរទិសដៅ

$\frac{a^2+b^2}{ab} \leq \frac{2ab}{ab}$, $\frac{a^2}{ab}+\frac{b^2}{ab} \leq 2$, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} \leq 2$ ។

គេអាចបញ្ជាក់ដោយឧទាហរណ៍ជាលេខ

បើ $a=-4$, $b=-2$ $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} = \frac{-4}{-2}+\frac{-2}{-4} = 2+\frac{1}{2} > 2$

បើ $a=-4$, $b=2$ $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} = \frac{-4}{2}+\frac{2}{-4} = -2-\frac{1}{2} < 2$ ។

ប្រតិបត្តិ : a និង b ជាចំនួនមិនសូន្យហើយវិជ្ជមាន ។

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា បើ $a>b$ គេបាន $a^2>b^2$ ។

2. វិសមីការដឺក្រេទី1 មានមួយអញ្ញាត

- វិសមីការនិងចម្លើយ

រក x ដែល $x+4 = 7$ ជាសមីការដែលមានចម្លើយ $x = 7-4 = 3$

រក x ដែល $x+4<7$ ជាវិសមីការដឺក្រេទី 1 មានមួយអញ្ញាត x

ចម្លើយ នៃវិសមីការជាតម្លៃ x ដែលនាំឱ្យអង្គទី 1 តូចជាងអង្គទី 2

បើ $x = 4$, $4+4>7$ មិនផ្ទៀងផ្ទាត់ គេថា $x = 4$ មិនមែនជាចម្លើយ

បើ $x = 3$, $3+4 = 7$ មិនផ្ទៀងផ្ទាត់ គេថា $x = 3$ មិនមែនជាចម្លើយ

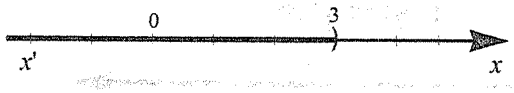
បើ $x = 2$, $2+4<7$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ គេថា $x = 2$ ជាចម្លើយ

បើ $x = 1$, $1+4<7$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ គេថា $x = 1$ ជាចម្លើយ

បើ $x = 0$, $0+4<7$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ គេថា $x = 0$ ជាចម្លើយ

បើ $x = -1$, $-1+4<7$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ គេថា $x = -1$ ជាចម្លើយ

មានតម្លៃ x រាប់មិនអស់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់វិសមីការ ចម្លើយនៃវិសមីការអាចបកស្រាយដោយវិសមភាពគឺ $x<3$ ហើយគេក៏អាចបកស្រាយចម្លើយដោយក្រាបខាងក្រោម ។



គេប្រើវង់ក្រចកត្រង់ 3 បញ្ជាក់ថា 3 ពុំមែនជាចម្លើយទេ ។

- របៀបដោះស្រាយវិសមីការ

ដោះស្រាយវិសមីការគឺរកគ្រប់តម្លៃអញ្ញាតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់វិសមីការ ។

គេដោះស្រាយវិសមីការដោយប្រើលក្ខណៈនៃវិសមភាព ។

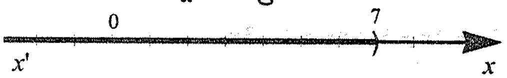
ឧទាហរណ៍ទី 1 : ដោះស្រាយវិសមីការ $x-2<5$

$x-2<5$

$x-2+2<5+2$

$x<7$ ។

ចម្លើយជាក្រាប



វង់ក្រចកបញ្ជាក់ថា x មិនអាចស្មើនឹង 7

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ដោះស្រាយវិសមីការ $-3x+1<7$

$-3x+1<7$

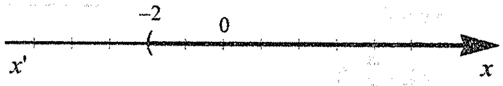
$-3x+1-1<7-1$

$-3x<6$

$(-3x)\div(-3)>6\div(-3)$

$x>-2$ ។

ចម្លើយជាក្រាប



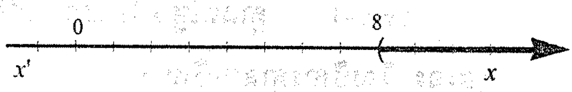
ឧទាហរណ៍ទី 3 : ដោះស្រាយវិសមីការ $\frac{1}{2}x>4$

$\frac{1}{2}x>4$

$\left(\frac{1}{2}x\right)(2)>4(2)$

$x>8$ ។

ចម្លើយជាក្រាប



ឧទាហរណ៍ទី 4 : ដោះស្រាយវិសមីការ $2x-4\le x+4$

$2x-4\le x+4$

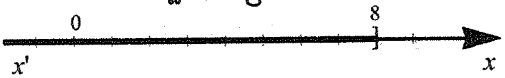
$2x-4+4\le x+4+4$

$2x\le x+8$

$2x-x\le x+8-x$

$x\le 8$ ។

ចម្លើយជាក្រាប



ដង្កៀបបញ្ជាក់ថា x អាចស្មើនឹង 8

ក្នុងប្រតិបត្តិ គេអាចដោះស្រាយវិសមីការដោយលើកតួពីអង្គមួយទៅអង្គមួយទៀត ។

ឧទាហរណ៍ទី 5 : ដោះស្រាយវិសមីការ $3x-11\le 7x+1$

$3x-11\le 7x+1$

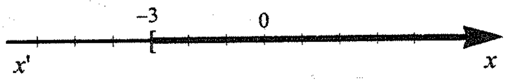
$3x-7x\le 1+11$

$-4x\le 12$

$x\ge \frac{12}{-4}$

$x\ge -3$ ។

ចម្លើយជាក្រាប



ដង្កៀបបញ្ជាក់ថា x អាចស្មើនឹង -3

លំហាត់គំរូ : ចូរដោះស្រាយវិសមីការ

ក. $2x+3\le 5x+7$

ខ. $3x+2x+5<8x+4-3x$

គ. $4x+2\le 6x+2-2x$ ។

ចម្លើយ :

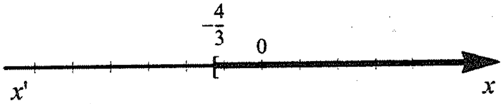
ក. $2x+3\le 5x+7$

$2x-5x\le 7-3$

$-3x\le 4$

$x\ge -\frac{4}{3}$ ។

ចម្លើយជាក្រាប



ខ. $3x+2x+5<8x+4-3x$

ករណីគ្មានចម្លើយ គេមិនបកស្រាយជាក្រាបទេ

$5x+5<5x+4$

$5x-5x<4-5$

$0x<-1$ គ្មានតម្លៃ x ដែលគុណនឹង 0 អាចតូចជាង -1

ដូចនេះ វិសមីការគ្មានចម្លើយ ។

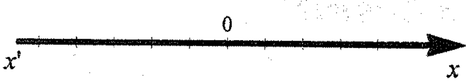
គ. $4x+2 \le 6x+2-2x$

$4x+2 \le 4x+2$

$4x-4x \le 2+2$

$0x \le 0$

ចម្លើយជាក្រាប



ទោះ x យកតម្លៃណាក៏អង្គទី 1 នៅតែស្មើនឹងអង្គទី 2 ដដែល

ដូចនេះ គេថាវិសមីការមានចម្លើយចំពោះគ្រប់តម្លៃនៃ x ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរដោះស្រាយវិសមីការ $\frac{x}{4}+2>7$

$2(x+3)>5x+5$, $0.37x+0.17>3.5$ ។

3. ប្រព័ន្ធវិសមីការដឺក្រេទី1មានមួយអញ្ញាត

ឧទាហរណ៍ : រកមួយចំនួនបើថែមនឹង 5 ត្រូវធំជាង 10 ហើយពីរដងនៃចំនួននោះតូចជាង 30 ។

សម្មតិកម្មខាងលើមានលក្ខខណ្ឌពីរ

- ថែម 5 លើចំនួននោះត្រូវធំជាង 10 បកស្រាយដោយវិសមីការ (1) $x+5>10$
- ពីរដងនៃមួយចំនួននោះតូចជាង 30 បកស្រាយដោយវិសមីការ (2) $2x<30$

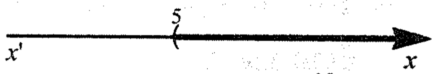
វិសមីការទាំងពីរខាងលើផ្តុំបានប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases} x+5>10 & (1) \\ 2x<30 & (2) \end{cases}$

ចម្លើយនៃប្រព័ន្ធវិសមីការត្រូវតែផ្ទៀងផ្ទាត់វិសមីការ (1) និងសមីការ (2) ព្រមគ្នា

ក្នុងករណីនេះគេត្រូវរកចម្លើយរួមនៃវិសមីការទាំងពីរ

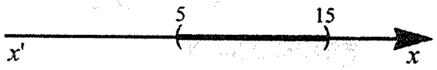
របៀបរកចម្លើយរួម

ចំពោះវិសមីការ (1) $x+5>10$, $x>5$



ចំពោះវិសមីការ (2) $2x<30$, $x<15$

ចម្លើយរួមជាប្រសព្វនៃចម្លើយទាំងពីរ



ក្រាបបង្ហាញឱ្យឃើញថា x ត្រូវយកតម្លៃធំជាង 5 ហើយតូចជាង 15 គឺ $5<x<15$ ។

លំហាត់គំរូ : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ $\begin{cases} 2x+5 \ge 5x-4 & (1) \\ x-7 \ge 2x-3 & (2) \end{cases}$ ។

ចម្លើយ :

ចំពោះវិសមីការទី (1) $2x+5\geq 5x-4$

$2x-5x\geq -4-5$

$-3x\geq -9$

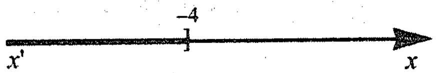
$x\leq 3$

ចំពោះវិសមីការទី (2) $x-7\geq 2x-3$

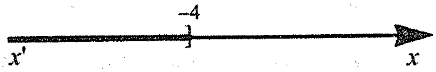
$x-2x\geq -3+7$

$-x\geq 4$

$x\leq -4$



ចម្លើយរួមជាប្រសព្វនៃចម្លើយទាំងពីរ គឺ $x\leq -4$ ។

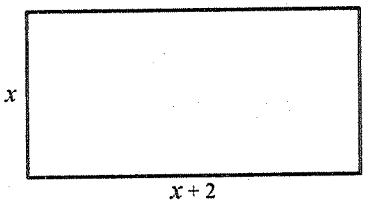


ប្រតិបត្តិ : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ

ក. $\begin{cases}2x-7\leq 6x+5\\4x-11\leq 4+x\end{cases}$ ខ. $\begin{cases}\dfrac{3x}{4}-\dfrac{2}{3}\leq\dfrac{4x-3}{12}\\2x-1>\dfrac{3x-4}{2}\end{cases}$ ។

4. ចំណោទ

លំហាត់គំរូទី 1 : ចតុកោណកែងមួយដែលមានវិមាត្រគិតជាម៉ែត្រ ហើយមានវិមាត្រដូចរូបខាងក្រោមនេះ ។



ក. ចូរកំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឱ្យបរិមាត្រនៃចតុកោណកែងធំជាង $32m$ ។

ខ. ចូរកំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឱ្យបរិមាត្រនៃចតុកោណកែងតូចជាង $32m$ ។

ចម្លើយ :

ក. សម្មតិកម្ម : ចតុកោណកែងមានទទឹង x និងបណ្តោយ $x+2$, បរិមាត្រធំជាង $32m$

សំណួរ : រកតម្លៃ x

គំនិតបន្ថែម : x ជារង្វាស់ជ្រុង ដូចនេះ $x>0$

វិសមីការ : បរិមាត្រធំជាង 32 និង $x>0$

$$\begin{cases}2[x+(x+2)]>32\\x>0\end{cases}$$

✍ *ដំណោះស្រាយ :*

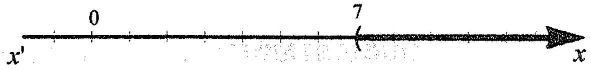
$2[x+(x+2)]>32$

$4(x+1)>32$

$x+1>8$

$x>7$

ចម្លើយជាក្រាប



គិតទាំងលក្ខខណ្ឌ $x>0$ ចម្លើយនៃវិសមីការគឺ $x>7$ ។

ការផ្ទៀងផ្ទាត់ : ឱ្យ $x=8$ បរិមាត្រ $4(x+1)=4(8+1)=36>32$

ខ. សម្មតិកម្ម : បរិមាត្រតូចជាង 32

វិសមីការ :

$$\begin{cases} 2[x+(x+2)]<32 \\ x>0 \end{cases}$$

✍ *ដំណោះស្រាយ :*

$$\begin{cases} 4(x+1)<32 \\ x>0 \end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases} x+1<8 \\ x>0 \end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases} x<7 \\ x>0 \end{cases}$$

សរុបមក $0<x<7$

ការផ្ទៀងផ្ទាត់ : ឱ្យ $x=1$ បរិមាត្រ $4(x+1)=4(1+1)=8<32$

ឱ្យ $x=6$ បរិមាត្រ $4(6+1)=4(7)=28<32$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ពូសុខមានអាយុច្រើនជាងកូន 32 ឆ្នាំ ហើយមានអាយុតិចជាងឪពុក 33 ឆ្នាំ ។ បើគេដឹងថាផលបូកនៃអាយុអ្នកទាំងបីតិចជាង 103 ឆ្នាំ ។ ចូរកំណត់រកអាយុនៃពូសុខ ។

ចម្លើយ :

ក. សម្មតិកម្ម : ពូសុខមានអាយុច្រើនជាងកូន 32 ឆ្នាំ

ពូសុខមានអាយុតិចជាងឪពុក 33 ឆ្នាំ

អាយុនៃអ្នកទាំងបីតិចជាង 103 ឆ្នាំ

សំណួរ : រកអាយុនៃពូសុខ

ការតាងអញ្ញាត : តាង x ជាអាយុនៃពូសុខ

គំនិតបន្ថែម : $x>32$ ព្រោះពូសុខត្រូវតែមានអាយុច្រើនជាង 32 ឆ្នាំ ហើយ x ជាចំនួនគត់

វិសមីការ : បើ x ជាអាយុនៃពូសុខ

អាយុកូន $x-32$

អាយុឪពុក $x+33$

យើងបានវិសមីការ $x+(x-32)+(x+33)<103$

✍ *ដំណោះស្រាយ :*

$$3x+1<103 \quad , \quad 3x<102 \quad , \quad x<34$$

គិតទាំងលក្ខខណ្ឌ : $32<x<34$

ដោយ x ជាចំនួនគត់នោះ $x = 33$ ឆ្នាំ ។

ការផ្ទៀងផ្ទាត់ :បើសុខមានអាយុ $x = 33$ ឆ្នាំ

អាយុកូន $33-32 = 1$ ឆ្នាំ

អាយុឪពុក $33+33 = 66$ ឆ្នាំ

ផលបូកនៃអាយុអ្នកទាំងបី $33+1+66 = 100<103$ ។

ប្រតិបត្តិ : ក. គេឱ្យចតុកោណកែងមួយមានវិមាត្រ $5m$ និង x គិតជា m ។ តើ x ត្រូវយកតម្លៃណាខ្លះ ដើម្បីឱ្យចតុកោណកែងនេះមានបរិមាត្រធំជាង $18m$ និងមានផ្ទៃក្រឡាតូចជាង $50m^2$ ។

ខ. ផលបូកនៃបីចំនួនគត់តគ្នាតូចជាង 1918 តែធំជាង 1914 ។ ចូររកចំនួនគត់ទាំងបីនោះ ។

? លំហាត់

1. ចូរដោះស្រាយវិសមីការ

ក. $x+5>3$, $3-x<7-2x$

ខ. $5x\geq 10$, $-6x<12$, $-5x>-20$

គ. $2x\leq -\frac{1}{3}$, $\frac{x}{7}>\frac{1}{4}$, $-3x\geq \frac{9}{2}$

ឃ. $5x-1>4$, $-8x+9\geq -7$, $x-1<x+2$

ង. $3x-5<x+7$, $-2x+11>5x+31$

ច. $-4x+9\leq 8x-3$, $-2x-1\geq 2\left(x+\frac{1}{2}\right)$

ឆ. $\frac{2}{3}x+3>\frac{5}{3}x-27$, $\frac{x+1}{2}<\frac{2x-3}{4}$

ជ. $x-\frac{1+2x}{4}\geq \frac{1-3x}{3}$, $\frac{x+1}{5}-\frac{1}{2}\leq \frac{3+2x}{2}$ ។

2. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការ

ក. $\begin{cases} 2x-3\leq 9 \\ 2x-3\geq -5 \end{cases}$, $\begin{cases} 3x-4\leq 8 \\ 3x-4>-7 \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} 2x+5>5x-4 \\ x-7<2x-3 \end{cases}$, $\begin{cases} 2x-3>5x-1 \\ x+4\geq 3x-2 \end{cases}$

គ. $\begin{cases} \frac{3x}{4}-\frac{2}{3}\leq \frac{4x-3}{2} \\ 2x-1>\frac{3x-4}{4} \end{cases}$, $\begin{cases} 2x+1<0 \\ -\frac{x}{2}+2<0 \end{cases}$ ។

3. គេដាំកូនឈើចំនួន 40 ដើមព័ទ្ធជុំវិញចំការមួយរាងចតុកោណកែង ។ តើចំការនោះអាចមានផ្ទៃក្រឡាធំបំផុតប៉ុន្មាន m^2 បើគេដឹងថា គេដាំកូនឈើឃ្លាតពីគ្នា $2m$?

4. ចូរបង្ហាញថាជ្រុងនីមួយៗនៃត្រីកោណ មានប្រវែងខ្លីជាងកន្លះបរិមាត្រនៃត្រីកោណនោះ ។

5. ពាក់កណ្ដាលនៃមួយចំនួនថែមនឹង 5 ធំជាងឬស្មើនឹង -3 ។ ចូររកចំនួននោះ ។

6. បច្ចុប្បន្ននេះឪពុកមានអាយុ 32ឆ្នាំ ហើយកូនគាត់មានអាយុ 12ឆ្នាំ ។ តើនៅក្នុងចន្លោះប៉ុន្មានឆ្នាំទៅមុខទៀត ទើបអាយុឪពុកតិចជាងបីដង ប៉ុន្តែច្រើនជាងពីរដងនៃអាយុកូន ?

7. សុខមានក្រដាសប្រាក់ពីរដុំ ។ ដុំទី 1 មានក្រដាសប្រាក់ 500៛ ចំនួន 20 សន្លឹក ដុំទី 2 មានក្រដាសប្រាក់ 1 000៛ ចំនួន 30 សន្លឹក ។ ថ្ងៃមួយសុខហូត 25 សន្លឹកពីក្រដាសប្រាក់ទាំងពីរដុំនោះ ។ បើសុខចង់បានប្រាក់យ៉ាងតិច 17 500៛ ហើយយ៉ាងច្រើន 20 000៛ តើសុខអាចមានក្រដាសប្រាក់ 500៛ ប៉ុន្មានសន្លឹក ?

8. ក្នុងការប្រឡងលើ 8 មុខវិជ្ជាដែលមុខវិជ្ជានីមួយៗមានពិន្ទុ 100 ។ គេកំណត់និទ្ទេស A ចំពោះសិស្សណាដែលមានមធ្យមភាគយ៉ាងតិចស្មើនឹង 90 ហើយទទួលបាននិទ្ទេស B ត្រូវមានមធ្យមភាគយ៉ាងតិចស្មើនឹង 80 ។ វិសាលប្រឡងបាន 7 មុខវិជ្ជាដោយទទួលបានពិន្ទុ 84 93 78 87 89 70 និង 81 ហើយនៅសល់មួយមុខវិជ្ជាទៀតដែលត្រូវប្រឡងបន្ត ។

ក. តើវិសាលអាចទទួលបាននិទ្ទេស A ឬទេ ?

ខ. តើវិសាលអាចទទួលបាននិទ្ទេស B ឬទេ ? ចូរកំណត់ពិន្ទុនៃមុខវិជ្ជាចុងក្រោយដើម្បីឱ្យគេទទួលនិទ្ទេស B ។

9. សួនមួយរាងចតុកោណកែង ។ បណ្ដោយមានរង្វាស់លើស ៣ ដងនៃទទឹងប្រវែង $15m$ ។ ដោយដឹងថាបរិមាត្រនៃសួនវែងបំផុតស្មើនឹង $94m$ ចូររកវិមាត្រអតិបរមានៃសួននោះបើរង្វាស់ជ្រុងជាចំនួនគត់ ។

10. សំបុត្រដែលត្រូវលក់ឱ្យភ្ញៀវមានពីរប្រភេទ A និង B ដែលប្រភេទ A មានចំនួនលើសប្រភេទ B ចំនួន 5 សន្លឹក ។ បើគេលក់សំបុត្រយ៉ាងច្រើនបាន 37 សន្លឹក ។ ចូររកចំនួនសំបុត្រនៃប្រភេទនីមួយៗដែលអាចលក់បានច្រើនបំផុត ។

11. ផលបូកនៃពីរចំនួនគត់សេសតគ្នាធំជាង 72 ចូរកំណត់ចំនួនគត់សេសទាំងពីរដែលមានតម្លៃធំជាងគេ ។

12. លក្ខខណ្ឌក្នុងការជួលរថយន្តកំណត់ដូចខាងក្រោម ។

- អ្នកជួលជាអ្នកបើកបរនិងចេញប្រេងដោយខ្លួនឯង
- ឈ្នួលជួលក្នុង 1 ថ្ងៃគិតជាប្រាក់ 80 000៛ ព្រមទាំងប្រាក់បន្ថែមថ្លៃ 400៛ ក្នុងចម្ងាយផ្លូវ $1km$
- អ្នកជួលត្រូវកក់ប្រាក់ 400 000៛ សម្រាប់ជួល 1 ថ្ងៃ ។

តើអ្នកជួលត្រូវបើកបរចម្ងាយផ្លូវប៉ុន្មាន ដើម្បីកុំឱ្យឈ្នួលជួលលើសពីប្រាក់កក់ ។

13. គេឱ្យ ΔABC ដែលមានជ្រុង $AB = 12cm$, $AC = 3cm$ ។ តើជ្រុង BC មានប្រវែងប៉ុន្មាន ? បើដឹងថាប្រវែងរបស់វាជាពហុគុណនៃ 3 (ប្រវែង BC គិតជាចំនួនគត់) ?

14. ចូររកចំនួនគត់ដែលពីរដងនៃតម្លៃរបស់វាយ៉ាងតិចស្មើនឹង 8 ។

15. បូណាចង់កាត់ក្រដាស ឱ្យបានរាងចតុកោណកែងមួយ ដែលមានទទឹងប្រវែង $3cm$ និងមានផ្ទៃក្រឡានៅក្នុងចន្លោះពី $15cm^2$ ទៅ $24cm^2$ ។ តើបូណាត្រូវជ្រើសរើសបណ្ដោយប្រវែងប៉ុន្មានខ្លះ ? (ប្រវែងបណ្ដោយជាចំនួនគត់) ។

មេរៀនទី

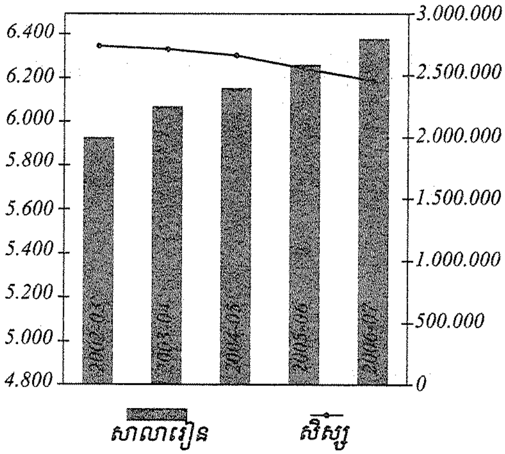
6 បំណែងចែកប្រេកង់

វត្ថុបំណង

- ផ្តុំទិន្នន័យជាប្រេកង់ ។
- ផ្តុំទិន្នន័យជាប្រេកង់កើននិងចុះ ។
- ផ្តុំទិន្នន័យជាថ្នាក់ ។
- បកស្រាយទិន្នន័យជាក្រាបនៃពហុកោណ ។

1. ការផ្តុំទិន្នន័យជាប្រេកង់

ជារៀងរាល់ឆ្នាំ គេតែងតែស្រង់ចំនួនសាលាបឋមសិក្សាដែលបានពង្រីកទៅតាមជនបទនៃទូទាំងប្រទេស ដើម្បីឆ្លើយតបទៅនឹងតម្រូវការនិងធានាឱ្យការចូលរៀនប្រកបដោយសមធម៌ ។ចំនួនសាលានិងចំនួនសិស្សដែលបានចូលរៀនតែងតែប្រែប្រួលទៅតាមឆ្នាំសិក្សានីមួយៗ ដើម្បីទាក់ទាញក៏ដូចជាងាយស្រួលដល់អ្នកអាន គេនិយមបកស្រាយចំនួនសិស្សនិងចំនួនសាលាដោយក្រាប ។



ក្រាបនេះបង្ហាញអំពីចំនួនសាលារៀននិងចំនួនសិស្សនៃបឋមសិក្សាចាប់ពីឆ្នាំសិក្សា 2002-2003 ដល់ឆ្នាំ 2006-2007 ។

អំពីចំនួននៃសាលារៀន : ចំនួននៃសាលារៀនបានកើនប្រមាណពី 5 900 រហូតដល់ជិត 6 400 សាលារៀន ។

អំពីចំនួនសិស្ស : ផ្ទុយទៅវិញចំនួនកុមារដែលបានចូលរៀនចាប់ថយចុះបន្តិចម្តងៗ គឺចាប់ចុះពីប្រមាណពី 2.7 លានមក 2.5 លាន ។

ឧទាហរណ៍ទី 1: ខាងក្រោមនេះជាលទ្ធផលពិន្ទុរបស់សិស្សនៃថ្នាក់រៀនមួយ ។

4	4	5	4	1	6	5	6	6	5
5	4	5	4	9	2	7	5	7	2
5	2	6	3	7	3	5	1	5	6
4	5	1	5	5	6	1	6	2	5
5	2	9	4	6	7	4	4	4	5

ពិន្ទុនីមួយៗឋិតនៅរប៉ាត់រប៉ាយពីគ្នា ក្នុងករណីនេះគេផ្តុំវាទៅតាមចំនួនដងរបស់វាហៅថាប្រេកង់ លើសពីនេះ គេក៏ត្រូវធៀបប្រេកង់ទៅនឹងប្រេកង់សរុបដើម្បីគិតជាភាគរយហៅថាប្រេកង់ធៀប ។

គេបានតារាងខាងក្រោម

ពិន្ទុ x	ប្រេកង់ f	ប្រេកង់ធៀបជា %
1	4	8
2	5	10
3	2	4
4	10	20
5	15	30
6	8	16
7	4	8
9	2	4
សរុប	50	100

ធ្វើយ៉ាងនេះហៅថាការរៀបទិន្នន័យទៅតាមប្រេកង់ ហើយទិន្នន័យដែលបានរៀបចំដូចខាងលើហៅថា **បំណែងចែកប្រេកង់** ។

តារាងប្រេកង់អាចឱ្យគេបកស្រាយទិន្នន័យដូចខាងក្រោម

- 1 ជាពិន្ទុទាបជាងគេ ហើយ 9 ជាពិន្ទុខ្ពស់បំផុត
- សិស្សសរុបមានចំនួន 50 នាក់
- សិស្សដែលបានពិន្ទុ 1 មានចំនួន 4 នាក់ត្រូវជា $\frac{4}{50} = 0.8$ ឬ 8%

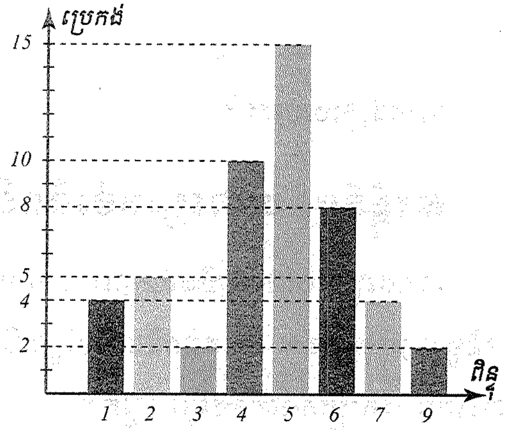
- សិស្សដែលបានពិន្ទុ 9 មានចំនួន 2 នាក់ត្រូវជា 4%
- សិស្សភាគច្រើនបានពិន្ទុ 5 មានចំនួន 15 នាក់ត្រូវជា 30% ។

តារាងនេះក៏ឆ្លុះបញ្ចាំងឱ្យឃើញថាសិស្សភាគច្រើនមានពិន្ទុពី 4 ទៅ 6 ។

ជាទូទៅ : ប្រេកង់ធៀបនៃតម្លៃមួយជាផលធៀបរវាងប្រេកង់និងប្រេកង់សរុប ។

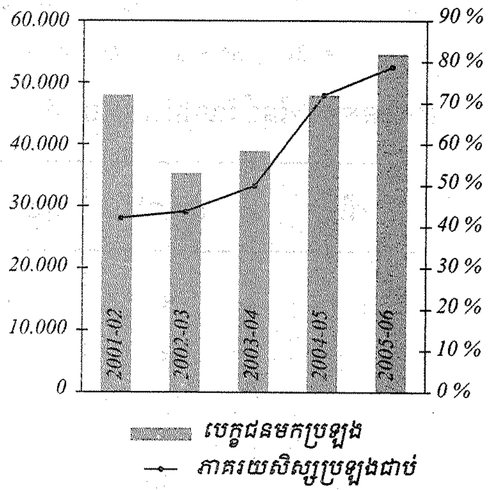
គេក៏អាចបកស្រាយទិន្នន័យនេះជាក្រាបដូចខាងក្រោម

- ពិន្ទុសិស្សតាងដោយអ័ក្សដេក
- ប្រេកង់តាងដោយអ័ក្សឈរ
- ពិន្ទុនីមួយៗ តាងដោយសសរមួយ
- ក្រាបដែលតាងទិន្នន័យហៅថាក្រាបសសរដែលគេនិយមប្រើជាងគេ ។



លំហាត់គំរូ : ចូរបកស្រាយក្រាបសសរខាងស្តាំនេះ ។

ចម្លើយ : ក្រាបបង្ហាញអំពីទិន្នន័យនៃសិស្សដែលបានមកប្រឡងនិងសិស្សដែលបានប្រឡងជាប់មធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិទៅតាមឆ្នាំសិក្សានីមួយៗ ។



- ចំនួនបេក្ខជនមកប្រឡង
  - ពីឆ្នាំ 2001-2002 ដល់ 2002-2003 បេក្ខជនបានថយចុះប្រមាណពី 48 000 នាក់មក 35 000 នាក់ ។
  - ពីឆ្នាំ 2002-2003 ដល់ 2005-2006 បេក្ខជនបានកើនឡើងប្រមាណពី 35 000 នាក់រហូតដល់ប្រមាណ 58 000 នាក់ ។

- ចំនួនសិស្សដែលបានប្រឡងជាប់

ចំនួនបានកើនប្រមាណពី 27 000 នាក់រហូតដល់ប្រមាណ 55 000 នាក់ បើគិតជាភាគរយគឺ ចំនួនសិស្សដែលបានប្រឡងជាប់បានកើនពី 40% រហូតដល់ប្រមាណ 78% ។

ប្រតិបត្តិ : ខាងក្រោមនេះ ជាទិន្នន័យនៃចំនួនថ្ងៃដែលបុគ្គលិកមិនបានមកបំពេញការងារក្នុងរយៈពេល 20 ថ្ងៃ ។

1	2	0	0	1	2	2	1	0	0
4	0	1	1	3	2	1	3	0	1

ចូរសង់ក្រាបសសរ ។

2. ការផ្ដុំទិន្នន័យជាប្រេកង់កើននិងចុះ

តារាងប្រេកង់ដែលយើងសិក្សានៅឧទាហរណ៍ 1 គ្រាន់តែប្រាប់ឱ្យដឹងនូវចំនួនសិស្សទៅតាមពិន្ទុនីមួយៗប៉ុណ្ណោះ ។ បើគេចង់ដឹងអំពីចំនួនសិស្សដែលទទួលបានពិន្ទុ 5 យ៉ាងច្រើន(ពិន្ទុពី 1 ដល់ 5) នោះគេត្រូវរកប្រេកង់កើនបន្ថែមទៀត ។

ប្រេកង់កើនបានដោយបូកប្រេកង់បន្តបន្ទាប់ $4+5=9$, $9+2=11$, $11+10=21$, $21+15=36$, $36+8=44$, $44+4=48$

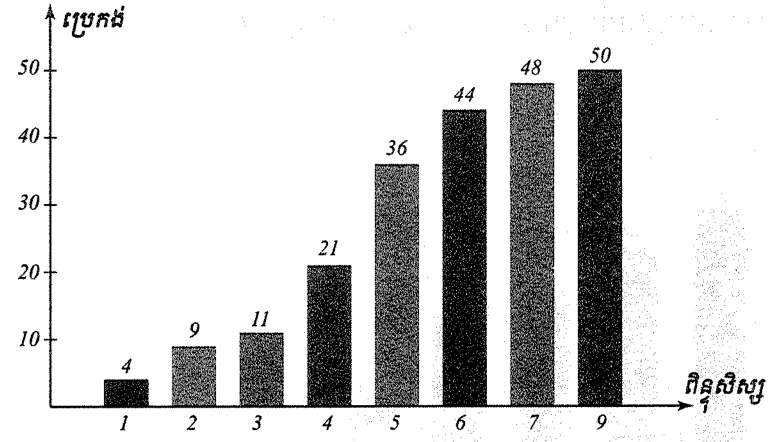
គេបានតារាងនៃបំណែងចែកប្រេកង់

ពិន្ទុ	ប្រេកង់	ប្រេកង់កើន	ប្រេកង់ធៀប %	ប្រេកង់កើនធៀប %
1	4	4	8	8
2	5	9	10	18
3	2	11	4	22
4	10	21	20	42
5	15	36	30	72
6	8	44	16	88
7	4	48	8	96
9	2	50	4	100

តាមតារាងនេះ សិស្សដែលទទួលបានពិន្ទុ 5 យ៉ាងច្រើនមានចំនួន 36 នាក់ត្រូវជា 72% នៃចំនួនសិស្សសរុប ។

ជាទូទៅ : ប្រេកង់កើន ជាប្រេកង់ដែលបានដោយបូកប្រេកង់បន្តបន្ទាប់ពីលើចុះក្រោម ។

គេអាចបកស្រាយប្រេកង់កើនដោយក្រាបសសរ



តាមក្រាបនេះបើគេរាប់ចំនួនសិស្សដែលទទួលបានពិន្ទុចាប់ពី 1 ដល់ 5 មានចំនួន 36 នាក់ ។

មានសំណួរមួយសួរថា តើគេអាចប្រើតារាងនេះដើម្បីរាប់ចំនួនសិស្សដែលទទួលបានពិន្ទុ 5 យ៉ាងតិចឬទេ ? ក្នុងករណីនេះគេត្រូវសង់ក្រាបនៃប្រេកង់ថយវិញទើបងាយរាប់រកចំនួនសិស្សនោះ ។

ប្រេកង់ថយជាផលដកនៃប្រេកង់សរុបនិងប្រេកង់បន្តបន្ទាប់ $50-4=46$, $46-5=41$, $41-2=39$, $39-10=29$, $29-15=15$, $14-6=12$

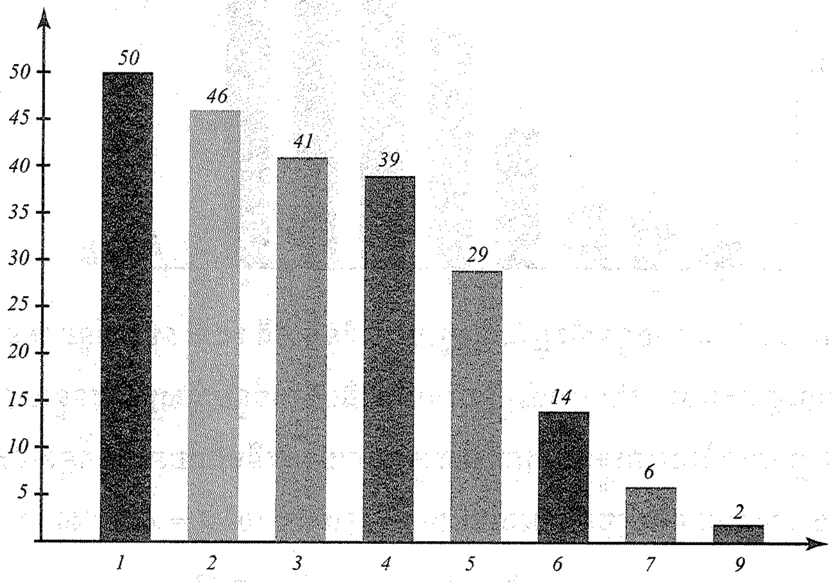
គេបានតារាងនៃបំណែងចែកប្រេកង់

ពិន្ទុ	ប្រេកង់	ប្រេកង់ថយ	ប្រេកង់ធៀប	ប្រេកង់ធៀបថយ
1	4	50	8	100
2	5	46	10	92
3	2	41	4	82
4	10	39	20	78
5	15	29	30	58
6	8	14	16	28
7	4	6	8	12
9	2	2	4	4

តាមតារាងខាងលើ គេឃើញសិស្សដែលបានពិន្ទុចាប់ពី 9 ថយចុះដល់ពិន្ទុ 5 បានកើនពីចំនួន 2 នាក់ទៅដល់ 29 នាក់ ដូចនេះសិស្សដែលបានពិន្ទុ 5 យ៉ាងតិចមានចំនួន 29 នាក់ត្រូវជា 58% ។

ជាទូទៅ : ប្រេកង់ថយ ជាប្រេកង់ដែលបានដោយដកប្រេកង់សរុបនឹងប្រេកង់បន្តបន្ទាប់ ។

គេអាចបកស្រាយប្រេកង់ថយដោយក្រាបសសរខាងក្រោម



តាមក្រាបសសរនេះ ពិន្ទុ 5 យ៉ាងតិចជាពិន្ទុចាប់ពី 5 ដល់ 9 ។ ដូចនេះគេរាប់ចំនួនសិស្សចាប់ពី 2 នាក់ឡើងដល់ 29 នាក់ ។

លំហាត់គំរូ : ចូរសង់តារាងប្រេកង់កើននិងប្រេកង់ថយចំពោះទិន្នន័យខាងក្រោម ។

x	1	3	5	6	7	11
f	2	3	6	5	3	1

ចម្លើយ : តារាងប្រេកង់កើន

ទិន្នន័យ x	ប្រេកង់ f	ប្រេកង់កើន	ប្រេកង់ធៀប	ប្រេកង់ធៀបកើន
1	2	2	10	10
3	3	5	15	25
5	6	11	30	55
6	5	16	25	80
7	3	19	15	95
11	1	20	5	100

តារាងប្រេកង់ថយ

ទិន្នន័យ x	ប្រេកង់ f	ប្រេកង់ថយ	ប្រេកង់ធៀប	ប្រេកង់ធៀបថយ
1	2	20	10	100
3	3	18	15	90
5	6	15	30	75
6	5	9	25	45
7	3	4	15	20
11	1	1	5	5

ប្រតិបត្តិ : បើ x ជាចំនួនកូន ហើយ f ជាចំនួនគ្រួសារ ចូរសង់តារាងប្រេកង់កើននិងប្រេកង់ថយតាមទិន្នន័យខាងក្រោម ។

x	0	1	2	3	4
f	4	16	18	6	6

ក. រកចំនួនគ្រួសារដែលមានកូន 2 នាក់យ៉ាងច្រើន ។

ខ. រកចំនួនគ្រួសារដែលមានកូន 2 នាក់យ៉ាងតិច ។

៣. ការផ្ដុំទិន្នន័យជាថ្នាក់

បច្ចុប្បន្ននេះ ការថ្លឹងម៉ាសជាប្រចាំមានសារៈសំខាន់សម្រាប់ការតាមដានសុខភាព ។ ការស្រក ឬ កើនម៉ាសខ្លាំងជាសញ្ញាប្រាប់ឱ្យដឹងថាសុខភាពនឹងមានបញ្ហានៅពេលខាងមុខ ។

ខាងក្រោមនេះជាលទ្ធផលនៃការថ្លឹងម៉ាសគិតជា *kg* ។

38	42	48	41	52	55	59	62	62	63
63	68	69	70	73	74	37	45	61	65
75	76	77	78	79	81	83	84	85	86
87	92	95	91	58	52	41	43	67	64

ទិន្នន័យម៉ាសនីមួយៗពុំមានចំនួនដងច្រើនដូចទិន្នន័យពិន្ទុរបស់សិស្ស ជាហេតុធ្វើឱ្យគេមានការលំបាកក្នុងការប្រមូលផ្ដុំវាទៅតាមប្រេកង់ ។ ក្នុងករណីនេះគេអាចផ្ដុំវាជាថ្នាក់ដូចខាងក្រោម ។

ដំបូងគេផ្ដើមយកម៉ាសដែលនៅចន្លោះពី 30*kg* ទៅ 40*kg*

គេសន្មត $30 \le x < 40$ មានន័យថា x អាចស្មើ 30 ប៉ុន្តែមិនអាចស្មើ 40

គេហៅ $30 \le x < 40$ ជាថ្នាក់ទី 1 ហើយគេសរសេរដោយខ្លី 30-40 គេបាន

30-40	ជាថ្នាក់ទី 1
40-50	ជាថ្នាក់ទី 2
50-60	ជាថ្នាក់ទី 3
60-70	ជាថ្នាក់ទី 4
70-80	ជាថ្នាក់ទី 5
80-90	ជាថ្នាក់ទី 6
90-100	ជាថ្នាក់ទី 7

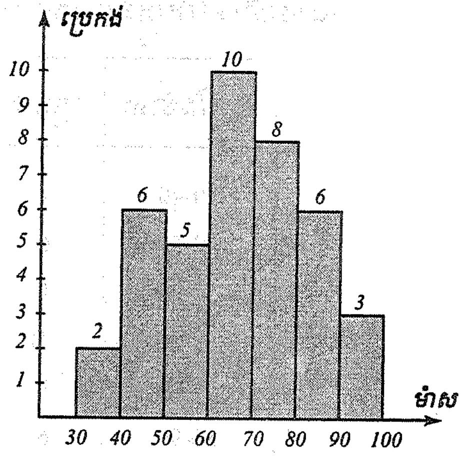
ថ្នាក់ជាម៉ាស *kg*	ប្រេកង់
30-40	2
40-50	6
50-60	5
60-70	10
70-80	8
80-90	6
90-100	3

ធ្វើយ៉ាងនេះទើបអាចឱ្យគេផ្ដុំថ្នាក់នោះជាប្រេកង់បាន

តារាងនេះអាចឱ្យគេបកស្រាយ ។

- អ្នកដែលមានម៉ាសពី 60 ទៅ 70*kg* មានចំនួន 10 នាក់ដែលជា មនុស្សភាគច្រើន ។
- បន្ទាប់មកគឺជាអ្នកដែលមានម៉ាសពី 70-80*kg*

គេអាចបកស្រាយទិន្នន័យនេះជាក្រាបសសរ
តាងម៉ាសជាបន្ទាត់ដេក
តាងប្រេកង់ជាបន្ទាត់ឈរ ។
ថ្នាក់នីមួយៗ តាងដោយក្រាបសសរជាប់ៗគ្នា ។
ក្រាបប្រភេទនេះហៅថាអ៊ីស្តូក្រាម ។

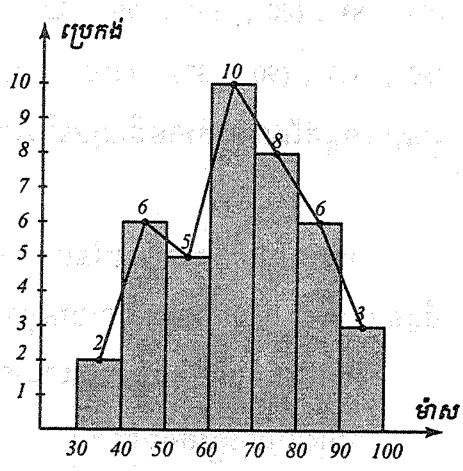


ជួនកាលគេប្រើតម្លៃកណ្ដាលនៃថ្នាក់ មកតាងឱ្យតម្លៃនៃថ្នាក់ ។ តម្លៃកណ្ដាលនេះ ហៅថាផ្ចិតនៃថ្នាក់ វាជាមធ្យមនៃចុងទាំងពីរនៃថ្នាក់ ។

ចំពោះថ្នាក់ 30-40 ផ្ចិតវា $\frac{30+40}{2} = 35$

គេបានតារាងថ្មី

ថ្នាក់	ប្រេកង់	ផ្ចិតនៃថ្នាក់
30-40	2	35
40-50	6	45
50-60	5	55
60-70	10	65
70-80	8	75
80-90	6	85
90-100	3	95



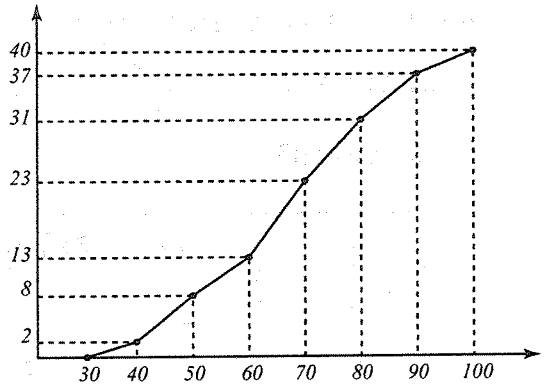
គេអាចប្រើផ្ចិតនៃថ្នាក់នេះដើម្បីភ្ជាប់បានជាខ្សែកាច់ហៅថា ក្រាបនៃពហុកោណ ។

តារាងប្រេកង់នៃថ្នាក់ទិន្នន័យគ្រាន់តែឱ្យគេដឹងអំពីចំនួនមនុស្សដែលមានម៉ាសក្នុងចន្លោះថ្នាក់តែប៉ុណ្ណោះ ។ គេពុំអាចដឹងអំពីមនុស្សដែលមានម៉ាសក្រោម $80kg$ ឬយ៉ាងតិចស្មើនឹង $80kg$ ទេ ។

ក្នុងករណីនេះគេត្រូវបង្កើតតារាងប្រេកង់កើន ឬ ប្រេកង់ថយ

ថ្នាក់នៃម៉ាស	ប្រេកង់	ប្រេកង់កើន	ប្រេកង់ថយ
30-40	2	2	40
40-50	6	8	38
50-60	5	13	32
60-70	10	23	27
70-80	8	31	17
80-90	6	37	9
90-100	3	40	3

គេអាចបកស្រាយទិន្នន័យជាក្រាបនៃពហុកោណនៃប្រេកង់កើន ។ ក្នុងករណីនេះគេសង់ចំណុច (30 , 0) , (40 , 2) , (50 , 8) , (60 , 13) , (70 , 23) , (80 , 31) , (90 , 37) , (100 , 40) រួចភ្ជាប់អង្កត់ដែលកាត់តាមចំណុចទាំងនោះ ។

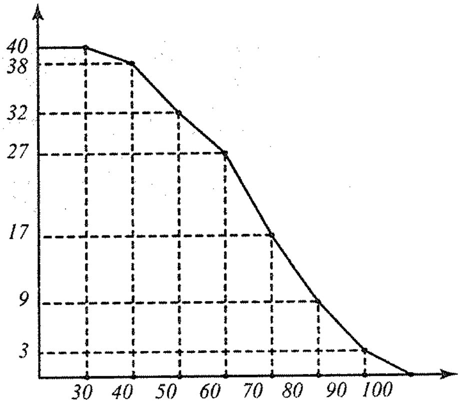


តាមតារាងក៏ដូចជាក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់កើនមនុស្សដែលមានម៉ាសក្រោម $80kg$ មានចំនួន 31 នាក់ មើលចំណុចដែលមានកូអរដោនេ (80 , 31) ។

បើចង់រកចំនួនមនុស្សដែលមានម៉ាសយ៉ាងតិច $80kg$ នោះគេត្រូវសង់ក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់ថយ ។

គេសង់ចំណុច (30 , 40) , (40 , 38) (50 , 32) , (60 , 27) , (70 , 17) (80 , 90) , (90 , 3) , (100 , 0)

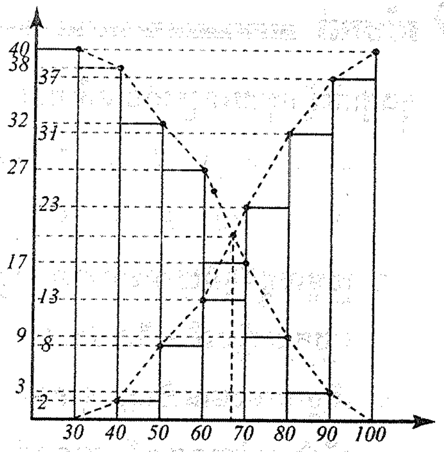
រួចភ្ជាប់ចំណុចផ្គុំបានខ្សែកាច់ដែលជាក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់ថយ តាមក្រាបនេះអ្នកដែលមានម៉ាស $80kg$ យ៉ាងតិចគឺជាអរដោនេនៃចំណុច (80 , 9) ពោលគឺមានចំនួន 9 នាក់ ។



លំហាត់គំរូ : ចូរសង់ក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់កើននិងថយ ក្នុងប្រព័ន្ធកូអរដោនេតែមួយ រួចប្រើចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកាច់ទាំងពីរដើម្បីប៉ាន់ស្មានរកមេដ្យាននៃទិន្នន័យ ។

ចម្លើយ : មេដ្យានជាចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកាច់នៃពហុកោណប្រេកង់កើននិងប្រេកង់ថយ ។

អាប់ស៊ីសនៃចំណុចប្រសព្វប្រាប់អំពីថ្នាក់ម៉ាស 60-70



អរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វប្រាប់អំពីចំនួនមនុស្សដែលនៅចន្លោះ 17 ទៅ 23 នាក់ ប្រហែលនឹងពាក់កណ្ដាលនៃមនុស្ស ដែលត្រូវជា 50% នៃមនុស្សសរុប ។

ដូចនេះថ្នាក់ម៉ាស 60-70 ជាមេដ្យាន ។

ប្រតិបត្តិ : ខាងក្រោមនេះជាស្ថិតិនៃម៉ាសសិស្ស 200 នាក់ (គិតជា *kg*)នៅវិទ្យាល័យមួយ ។

ម៉ាស	30-40	40-50	50-60	60-70
ប្រេកង់	35	45	55	65

ក. សង់តារាងប្រេកង់កើននិងផ្ចិតនៃថ្នាក់ ។

ខ. សង់ពហុកោណប្រេកង់កើន ។

គ. តើមានចំនួនសិស្សប៉ុន្មាននាក់ដែលមានម៉ាសក្រោម 50*kg* ?

លំហាត់

1. ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយគេស្រង់បានកំហុសអក្ខរាវិរុទ្ធនៃសិស្សម្នាក់ៗដូចខាងក្រោម ។

3 2 1 6 1 7 9 7 10 10 10 3 5 7 2 5 1 6 4 8 1

2 7 1 10 3 5 5 3 7 6 2 10 6 4 3 4 5 5 7

ក. ប្រមូលផ្តុំទិន្នន័យនេះជាតារាងបង្ហាញពីប្រេកង់ ប្រេកង់កើន និងថយ ប្រេកង់ធៀបនិងប្រេកង់ធៀបកើន និង ថយ ។

ខ. តើថ្នាក់នេះមានសិស្សប៉ុន្មាននាក់ ?

គ. តើសិស្សប៉ុន្មាននាក់ដែលមានកំហុស 10 ? ហើយសិស្សប៉ុន្មាននាក់ទៀតត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយដែលមានកំហុសយ៉ាងច្រើន 5 ?

ឃ. តើសិស្សប៉ុន្មាននាក់ត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយដែលមានកំហុសយ៉ាងតិច 9 ?

ង. សង់ក្រាបសសរនៃប្រេកង់ធៀបថយ ជាភាគរយ ។

2. គេស្រង់ស្ថិតិចំនួនកូនតាមគ្រួសារនីមួយៗ ក្នុងតំបន់មួយបានតារាងខាងក្រោម ។

ចំនួនកូន x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
ចំនួនគ្រួសារ f	144	195	130	80	58	45	24	6	3

ក. បង្កើតតារាងដែលបង្ហាញពីប្រេកង់ ប្រេកង់កើននិងថយ ។

ខ. តើក្នុងតំបន់នេះមានប៉ុន្មានគ្រួសារ ? តើមានប៉ុន្មានគ្រួសារដែលមានកូនយ៉ាងច្រើន 5 នាក់ ? និងប៉ុន្មានគ្រួសារទៀតដែលមានកូនយ៉ាងតិច 7 នាក់ ?

គ. សង់ក្រាបសសរនៃប្រេកង់កើន ។

3. ការស្រង់ចំនួនកូន ដែលស្លាប់ក្នុងសង្គ្រាមតាមគ្រួសារនីមួយៗ ទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម ។

ចំនួនកូនស្លាប់ x	1	2	3	4	5	6
ចំនួនគ្រួសារ f	78	1270	680	320	150	133

ក. តាងទិន្នន័យខាងលើនេះជាក្រាបសសរនៃប្រេកង់ ប្រេកង់ធៀប ។

ខ. បកស្រាយនៅលើក្រាបទាំងពីរត្រង់ចំណុចនៃសសរ ដែលមានអាប់ស៊ីស $x = 3$ ។

4. ខាងក្រោមនេះ ជាស្ថិតិនៃអាយុកម្មករក្នុងសហគ្រាសមួយ

25	22	30	45	28	51	30	32	34	33
18	30	15	20	24	17	24	41	38	27
16	25	28	31	41	28	26	15	25	19
32	36	21	18	34	41	53	25	42	41

ក. សរសេរទិន្នន័យខាងលើជាតារាង ដែលមាន 8 ថ្នាក់ ហើយថ្នាក់នីមួយៗមានប្រវែងចន្លោះស្មើនឹង 5 ដូចជា 15-20 20-25 ... ។

ខ. សង់អ៊ីស្តូក្រាម ។

គ. បំពេញក្នុងតារាងប្រេកង់កើន ប្រេកង់ធៀបកើន ជាភាគរយ រួចគូសក្រាបវា ។

ឃ. បកស្រាយលើក្រាបត្រង់ចំណុច ដែលមានអាប់ស៊ីស 25 ។

5. ក្នុងការប្រកួតបាល់បោះក្នុងថេរវេលា 45 នាទី ក្រុមកីឡាករទទួលជ័យជំនះបោះបាល់ចូលទីបានលទ្ធផលដូចតារាងខាងក្រោម ។

រយៈពេល (នាទី)	0 – 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30	30 – 35	35 – 40	40 – 45
ចំនួនបាល់	4	5	9	12	15	14	10	8	6

ក. តើក្រុមកីឡាករនេះ បោះចូលទីបានប៉ុន្មានបាល់ក្នុងរយៈពេល 45 នាទី ?

ខ. តើក្រុមកីឡាករនេះ បោះចូលទីបានប៉ុន្មានបាល់ក្នុងរយៈពេលក្រោម 15 នាទីដំបូង ? នៅកន្លះម៉ោងចុងក្រោយ តើគេបោះចូលទីបានប៉ុន្មានបាល់ហើយត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយ ?

គ. ចូរគូសក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់កើន ។

6. ខាងក្រោមនេះ ជាតារាងចំនួនដងនៃការផ្សាយពាណិជ្ជកម្មតាមទូរទស្សន៍ជាតិដែលប្រព្រឹត្តិទៅចាប់ពីម៉ោង 2 រសៀល (រយៈពេលផ្សាយគិតជានាទី) ។

រយៈពេលផ្សាយ (នាទី)	ក្រោម 5	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30	30 – 35	35 – 40	40 – 45
ចំនួនដង	5	1	1	3	2	6	8	12	12

ក. តើក្នុងល្ងាចនេះគេផ្សាយពាណិជ្ជកម្មបានប៉ុន្មានដង ? អស់រយៈពេលប៉ុន្មាននាទី ?

ខ. តើគេផ្សាយពាណិជ្ជកម្មបានប៉ុន្មានដង ក្នុងរយៈពេល 20 នាទីចុងក្រោយ ? ក្នុងរយៈពេលតិចជាង 30 នាទីដំបូង ?

គ. ចូរគូសក្រាបនៃពហុកោណប្រេកង់កើននិងថយ ។

7. តារាងខាងក្រោម ជាចំនួនប្រជាជនស្លាប់និងរបួសទៅតាមអាយុក្រោយពីចប់សង្គ្រាម ។

អាយុ	0-5	5-15	15-35	35-45	45-55	55-70	70-85	85-100
ប្រជាជនស្លាប់	1	104	65	45	70	135	195	210
ប្រជាជនរបួស	12	3010	3645	1700	1175	1800	2400	1170

ក. ចូរសង់អ៊ីស្តូក្រាមនៃទិន្នន័យប្រជាជនស្លាប់និងរបួស ។

ខ. ចូរបង្កើតតារាងប្រេកង់ ប្រេកង់កើននៃប្រជាជនស្លាប់និងរបួស ។

គ. ចូរកំណត់រកចំនួនប្រជាជនស្លាប់និងរបួស ។

ឃ. តើប្រជាជនដែលមានអាយុតិចជាង 35 ឆ្នាំស្លាប់ប៉ុន្មាននាក់ ? និងរបួសប៉ុន្មាននាក់ ?

មេរៀនទី

7 មធ្យមស្ថិតិ

វត្ថុបំណង

- គណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត ។
- គណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតតាមតារាងនៃប្រេកង់កើន ។

1. មធ្យម

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេកត់ត្រាចំនួនភ្ញៀវដែលបានចូលមកកាត់សក់ជារៀងរាល់ថ្ងៃ ហើយទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម ។

ថ្ងៃ	ចន្ទ	អង្គារ	ពុធ	ព្រហស្បតិ៍	សុក្រ	សៅរ៍	អាទិត្យ
ចំនួនភ្ញៀវ	18	12	30	26	38	42	48

យើងសង្កេតឃើញថា ភ្ញៀវដែលបានចូលមកកាត់សក់មានចំនួនមិនស្មើគ្នាទេ ។ បើគេយកចំនួនភ្ញៀវសរុបមកចែកឱ្យ 7 ថ្ងៃ

$$\frac{18+12+30+26+38+42+48}{7} = 30.5$$

គេបង្គត់ចំនួននោះដោយ 30 ក្នុងករណីនេះម្ចាស់ហាងតែងតែប្រាប់គេថាហាងខ្ញុំមានភ្ញៀវជាមធ្យមចំនួន 30 នាក់ គេតាង $\bar{x}$ ជាមធ្យមនៃទិន្នន័យ $\bar{x} = 30$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេស្រង់ចំនួនភ្ញៀវដែលបានជិះរថយន្តឈ្នួលចំនួន 30 ថ្ងៃ ដោយទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម ។

20	16	18	10	20	16	18	20	14	16
10	16	20	18	12	12	10	18	16	20
14	16	17	20	12	14	18	20	16	14

គេផ្គុំទិន្នន័យនីមួយៗ ទៅតាមចំនួនដងហៅថាប្រេកង់ គេបានតារាងខាងក្រោម

គេអាចគណនាចំនួនភ្ញៀវជាមធ្យមដែលបានជិះរថយន្ត

$\bar{x} = \frac{431}{30} = 14.36$

គេបង្គត់ចំនួន $\bar{x} = 14$

- បើគេតាង x ជាចំនួនភ្ញៀវនោះ

$x_1 = 10$, $x_2 = 12$, ...

- បើគេតាង f ជាចំនួនប្រេកង់នោះ

$f_1 = 3$, $f_2 = 3$, ...

- បើគេតាង $x f$ ជាផលគុណនោះ

$x_1 f_1 = 10 \times 3 = 30$

$x_2 f_2 = 12 \times 3 = 36$

ចំនួនភ្ញៀវ x	ប្រេកង់ f	ផលគុណ $x f$
10	3	30
12	3	36
14	4	26
16	7	102
17	1	17
18	5	18
20	7	140
សរុប	30	431

ក្នុងករណីនេះ $\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + x_4 f_4 + x_5 f_5 + x_6 f_6 + x_7 f_7}{f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7}$

$= \frac{30 + 36 + 26 + 102 + 17 + 18 + 140}{3 + 3 + 4 + 7 + 1 + 5 + 7} = 14.36$

ជាទូទៅ : មធ្យមកំណត់ $\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n}$

លំហាត់គំរូទី 1 : សុខបានប្រឡងលើមុខវិជ្ជាទាំង 9 ដោយទទួលបានពិន្ទុមធ្យម 78 ។ ដោយដឹងថាពិន្ទុលំអិតទៅតាមមុខវិជ្ជារួមមាន 90 95 75 80 85 65 70 60 ហើយនៅសល់ពិន្ទុនៃមុខវិជ្ជាមានមួយទៀតដែលសុខពុំបានចាំ ។ ចូរកំណត់រកពិន្ទុដែលភ្លេចនោះ ។

ចម្លើយ : តាង x ជាពិន្ទុនៃមុខវិជ្ជាដែលភ្លេច

យើងបាន $\frac{90 + 95 + 75 + 80 + 85 + 65 + 70 + 60 + x}{9} = 78$

$\frac{620 + x}{9} = 78$, $620 + x = 702$, $x = 82$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេឱ្យសិស្សពីរថ្នាក់ដែលមានចំនួនសិស្ស 25 នាក់ ស្មើគ្នាដើម្បីប្រឡងមុខវិជ្ជាដូចគ្នាដោយទទួលបានពិន្ទុដូចខាងក្រោម ។

ថ្នាក់ A

ពិន្ទុ x	ប្រេកង់ f	xf
2	4	8
3	8	24
5	6	30
7	2	14
8	2	16
9	3	27
សរុប	25	119

ថ្នាក់ B

ពិន្ទុ x	ប្រេកង់ f	xf
3	2	6
5	10	50
4	8	32
6	4	24
9	1	9
សរុប	25	121

ចូរប្រៀបធៀបមធ្យមពិន្ទុនៃថ្នាក់ទាំងពីរ ។

ចម្លើយ : $\bar{X}_A = \frac{119}{25} = 4.76$ $\qquad \bar{X}_B = \frac{121}{25} = 4.84$

នាំឱ្យ $\bar{X}_B > \bar{X}_A$ បញ្ជាក់ថាពិន្ទុមធ្យមនៃថ្នាក់ B ខ្ពស់ជាងថ្នាក់ A ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរគណនាមធ្យមនៃតារាងទិន្នន័យខាងក្រោម ។

x	0	1	2	3	4
y	3	6	5	2	2

2. មេដ្យាន

មានករណីខ្លះ មធ្យមមិនត្រូវបានគេប្រើប្រាស់ដើម្បីតាងឱ្យទិន្នន័យទេ ។

ឧទាហរណ៍ : ចំពោះទិន្នន័យ 4 2 5 2 6 16 4 20 6

គណនាមធ្យម $\bar{X} = \frac{4+2+5+2+6+16+4+20+6}{9} = 7.2$

បើគេរៀបតួនៃទិន្នន័យពីតូចទៅធំ

$$2 \quad 2 \quad 4 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 6 \quad \overset{\bar{X}}{\vdots} \quad 16 \quad 20$$

គេសង្កេតឃើញថា មានទិន្នន័យប្រាំពីរតួដែលតូចជាងមធ្យម $\bar{X}$ ហើយមានតែទិន្នន័យពីរតួប៉ុណ្ណោះដែលធំជាង $\bar{X}$ ក្នុងករណីនេះគេអាចជ្រើសរើសទិន្នន័យ 5 ដែលមានទីតាំងឋិតនៅកណ្តាលនៃទិន្នន័យ ដើម្បីធ្វើជាតំណាងហៅថា មេដ្យាន ។

គេតាងមេដ្យានដោយ m_e , $m_e = 5$

តម្លៃ 5 ជាតួទី 5 ក្នុងចំណោមតួទាំង 9

ទីតាំងនេះបានដោយ $\frac{9+1}{2} = 5$

ដូចនេះ បើ n ជាចំនួនតួនៃទិន្នន័យនោះមេដ្យានត្រូវឋិតនៅទីតាំង $\frac{n+1}{2}$ ។ មានករណីខ្លះគេក៏អាចកំណត់មេដ្យាននៃទិន្នន័យដែលមានចំនួនតួដូចជា : 4 4 5 7 8 9

មេដ្យានត្រូវឋិតនៅចន្លោះ 5 និង 7

ហេតុនេះ $m_e = \frac{5+7}{2} = 6$

ជាទូទៅ : បើទិន្នន័យមួយមាន n តួ មេដ្យាននៃទិន្នន័យមួយដែលបានរៀបតាមលំដាប់មានទីតាំងឋិតនៅតួទី $\frac{n+1}{2}$ ។

- បើ n ជាចំនួនសេស មេដ្យានជាតម្លៃនៃតួកណ្តាល
- បើ n ជាចំនួនគូ មេដ្យានជាមធ្យមនៃតម្លៃកណ្តាលទាំងពីរ

លំហាត់គំរូទី 1 : តាមតារាងទិន្នន័យនៃឧទាហរណ៍ 2 រកមេដ្យាននៃចំនួនភ្ញៀវដែលបានជិះរថយន្ត ។

ចម្លើយ : ដើម្បីរកមេដ្យានគេត្រូវកំណត់ទីតាំងរបស់វា ។ ដោយទិន្នន័យមានចំនួនតួ $n = 30$ ទីតាំងនៃមេដ្យានគឺ $\frac{30+1}{2} = 15.5$ មានន័យថាមេដ្យានត្រូវឋិតនៅចន្លោះតួទី 15 និងតួទី 16 ។

ចំនួនភ្ញៀវ x	ប្រេកង់ f	$x f$
10	3	30
12	3	36
14	4	26
16	7	102
17	1	17
18	5	18
20	7	140
សរុប	30	431

តាមតារាង

តួទី $10 = 3+3+4$ ទើបតែស្មើនឹង 14

ដូចនេះ គេបន្តរកតួទី 15 និងតួទី 16

ឃើញថា $x_{15} = 16$: $x_{16} = 16$

ដូចនេះមេដ្យាន $m_e = \frac{16+16}{2} = 16$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូររកមេដ្យាននៃប្រាក់បៀវត្សរ៍ (ឯកតាគិតជាពាន់រៀល)

ប្រាក់បៀវត្សរ៍	200	300	350	700	840	950
ប្រេកង់	6	2	2	1	1	1

៣. ម៉ូត

ឧទាហរណ៍ : ខាងក្រោមនេះជាចំនួនទូរទស្សន៍ ដែលបានលក់ដាច់តាមថ្ងៃនីមួយៗ ។

1	3	3	3	4	4	1	2	2	2
5	4	4	2	2	2	2	1	4	4
3	2	3	2	2	3	2	3	2	3

គេផ្គុំទិន្នន័យនីមួយៗទៅតាមប្រេកង់រួច សង់តារាងប្រេកង់ ដើម្បីរកចំនួនទូរទស្សន៍ដែលបានលក់ជាមធ្យមក្នុងមួយថ្ងៃ ។ គេគណនា $\overline{X} = \frac{80}{30} = 2.6$ ដោយចំនួនទូរទស្សន៍ត្រូវតែជាចំនួនគត់ ។

ចំនួនទូរទស្សន៍ x	ប្រេកង់ y	xf
1	3	3
2	12	24
3	8	24
4	6	24
5	1	5
សរុប	30	80

ដូចនេះគេមិនអាចយក $\overline{X} = 2.6$ តាងឱ្យទិន្នន័យបានទេ ក្នុងករណីនេះគេត្រូវជ្រើសរើសយកទិន្នន័យណាដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេ ។ តាមតារាងនៃទិន្នន័យមួយថ្ងៃលក់បានទូរទស្សន៍ 2 គ្រឿងមានប្រេកង់ធំជាងគេ ហេតុនេះ 2 ជាតំណាងឱ្យទិន្នន័យហៅថា ម៉ូត ។

> ***ជាទូទៅ :*** នៅក្នុងទិន្នន័យមួយម៉ូតជាតម្លៃនៃទិន្នន័យដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេ ។

លំហាត់គំរូ : តើទិន្នន័យមួយណាដែលគួរប្រើមធ្យម មេដ្យាននិងម៉ូត ?

ក. ស្បែកជើងដែលលក់ដាច់ជាងគេមានទំហំលេខ $9\frac{1}{2}$

ខ. វិក្កយបត្រភ្លើងក្នុងមួយខែជាមធ្យម 150 000 រៀល

គ. ពាក់កណ្ដាលនៃបុគ្គលិកទទួលបានប្រាក់ខែ 420 000 រៀល

ចម្លើយ :

ក. គេប្រើម៉ូតមកតាងឱ្យទំហំលេខនៃស្បែកជើង $m_o = 9\frac{1}{2}$

ខ. គេប្រើមធ្យមមកតាងឱ្យការចំណាយលើថ្លៃភ្លើង $\overline{X} = 150\ 000$ រៀល

គ. គេប្រើមេដ្យានមកតាងឱ្យប្រាក់ខែបុគ្គលិក $m_e = 420\ 000$ រៀល

ប្រតិបត្តិ : ចូររកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃទិន្នន័យខាងក្រោម ។

10 8 13 12 7

4. ការកំណត់មធ្យមស្ថិតិតាមតារាងប្រេកង់កើន

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ខាងក្រោមនេះជាលទ្ធផលនៃពិន្ទុសិស្សមួយថ្នាក់

ពិន្ទុ x	ប្រេកង់ f	$x f$	ប្រេកង់កើន
1	4	4	4
2	5	10	9
3	2	6	11
4	10	40	21
5	15	75	36
6	8	48	44
7	4	28	48
9	2	18	50
សរុប		229	

តារាងនេះផ្តល់ព័ត៌មានគ្រប់គ្រាន់សម្រាប់ឱ្យគេគណនាមធ្យមស្ថិតិ

ការកំណត់មធ្យម : $\bar{x} = \dfrac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots\ldots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n}$

តាមជួរឈរទី 3 : ផលបូកនៃ $x f = 229$

តាមជួរឈរទី 4 : ផលបូកប្រេកង់ $f = 50$

$\bar{x} = \dfrac{229}{50} = 4.58$

ការកំណត់មេដ្យាន :

មេដ្យានមានទីតាំងឋិតនៅចំកណ្តាលនៃទិន្នន័យ ក្នុងករណីនេះគេអាចប្រើជួរឈរទី 4

មានន័យថា មេដ្យានឋិតនៅទីតាំង $\dfrac{50+1}{2} = 25.5$ តាមតារាងទីតាំងទី 21 ត្រូវនឹងពិន្ទុ 4

ដូចនេះទីតាំងទី 25.5 ត្រូវនឹងពិន្ទុ 5 , $m_e = 5$ ។

ការកំណត់ម៉ូត : ទិន្នន័យដែលមានប្រេកង់ធំជាងគេគឺ 5 ដូចនេះ $m_o = 5$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ខាងក្រោមនេះជាលទ្ធផលពិន្ទុនៃសិស្សមួយថ្នាក់

ម៉ាសជា kg	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
ប្រេកង់	2	6	5	10	8	6	3

- **ការកំណត់ម៉ូត :** ថ្នាក់ដែលមានប្រេកង់ធំជាថ្នាក់ 60-70 មានន័យថាមនុស្សភាគច្រើនមានម៉ាស ចន្លោះពី 60 ទៅ $70kg$ ។
- **ការកំណត់មធ្យម $\bar{x}$:** គេត្រូវរកតម្លៃដែលតាងឱ្យថ្នាក់នីមួយៗ ជាមធ្យមនៃតួចុងទាំងពីរនៃថ្នាក់ ហៅថា ផ្ចិតនៃថ្នាក់ ។

ផ្ចិតនៃថ្នាក់ទី 1 : $\frac{30+40}{2} = 35$, ផ្ចិតនៃថ្នាក់ទី 2 : $\frac{40+50}{2} = 45$ $\bar{X} = \frac{2\ 660}{40} = 66.5$

ម្យ៉ាងវិញទៀត គេក៏ត្រូវសង់ប្រេកង់កើន ដើម្បីងាយស្រួលក្នុងការកំណត់មេដ្យាន

ថ្នាក់នៃម៉ាស	ប្រេកង់ f	ផ្ចិតនៃថ្នាក់ x	xf	ប្រេកង់កើន
30-40	2	35	70	2
40-50	6	45	270	8
50-60	5	55	275	13
60-70	10	65	650	23
70-80	8	75	600	31
80-90	6	85	510	37
90-100	3	95	285	40
			2660	

- **ការកំណត់មេដ្យាន :**

ប្រើជួរឈរទី 5 : មេដ្យានមានទីតាំង $\frac{40+1}{2} = 20.5$ ហេតុនេះមេដ្យានចំថ្នាក់ 60-70

លំហាត់គំរូ : ក្នុងការបំពេញសំណួរ សិស្សខ្លះអាចបញ្ចប់លឿន ហើយខ្លះទៀតយឺត ។ ខាងក្រោមនេះជារយៈពេលគិតជានាទី x ដែលសិស្សបានបំពេញសំណួរ

ថ្នាក់នៃពេល (គិតជានាទី)	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
ប្រេកង់ f	2	5	10	12	3

ចូរកំណត់ មធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត ។

ចម្លើយ : តាមតារាងនេះអ្នកដែលអាចប្រើពេលពី 10 ហើយតិចជាង 15 នាទី ដើម្បីបញ្ចប់សំណួរមានតែ 2 នាក់ ។

រកផ្ចិតនៃថ្នាក់នីមួយៗ

$\frac{10+15}{2} = 12.5$, $\frac{15+20}{2} = 17.5$, $\frac{20+25}{2} = 22.5$, $\frac{25+30}{2} = 27.5$, $\frac{30+35}{2} = 32.5$

ថ្នាក់នៃពេល	ប្រេកង់ f	ផ្ចិតនៃថ្នាក់ x	xf	ប្រេកង់កើន
10-15	2	12.5	25	2
15-20	5	17.5	87.5	7
20-25	10	22.5	225	17
25-30	12	27.5	330	29
30-35	3	32.5	97.5	32
			765	

ការកំណត់មធ្យម : $\bar{x} = \frac{765}{32} = 23.9$

ការកំណត់ម៉ូត : 25-30 ជាម៉ូត ព្រោះមានប្រេកង់ 12 ធំជាងគេ

ការកំណត់មេដ្យាន : មេដ្យានមានទីតាំង $\frac{32+1}{2} = 16.5$

ដូចនេះ ថ្នាក់ 20-25 ជាមេដ្យាន

ប្រតិបត្តិ : ចូរគណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃទិន្នន័យ ។

ថ្នាក់	21-28	28-35	35-42	42-49	49-56	56-63	63-70
ប្រេកង់	3	7	12	15	12	7	3

? លំហាត់

1. គេធ្វើការសិក្សាលើចំនួនសិស្សទៅតាមកម្រិតថ្នាក់ ហើយទទួលបានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម ។

ថ្នាក់	ចំនួនសិស្ស
ថ្នាក់មត្តេយ្យ	20 20 21 21
ថ្នាក់ទី 1	22 23 22 23
ថ្នាក់ទី 2	20 19 21 20
ថ្នាក់ទី 3	22 23 23 23
ថ្នាក់ទី 4	27 27 26
ថ្នាក់ទី 5	20 19 22 20
ថ្នាក់ទី 6	23 24 24 24

ចូររកមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតនៃចំនួនសិស្សក្នុងមួយថ្នាក់ ។

2. មនុស្សមួយក្រុមសាកល្បងហាត់ប្រាណដើម្បីបញ្ចុះម៉ាសគិតជា kg ហើយទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម ។

4	6	2	10	8	5	1	4
8	10	5	4	3	7	2	4
6	8	7	4	5	3	6	4

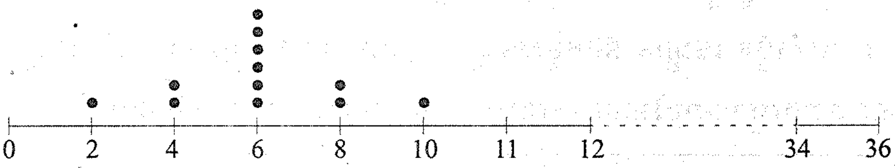
គណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូត ។

3. ចូរគណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតតាមទិន្នន័យខាងក្រោម ។

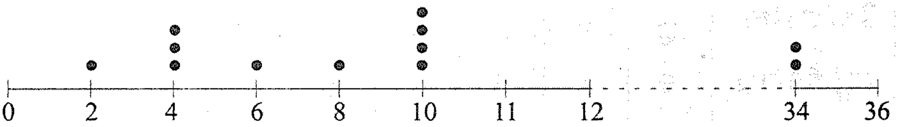
x	16	18	19	20	21	30
f	1	4	9	3	2	1

4. ចូរគណនាមធ្យម មេដ្យាន និងម៉ូតតាមទិន្នន័យខាងក្រោម ។

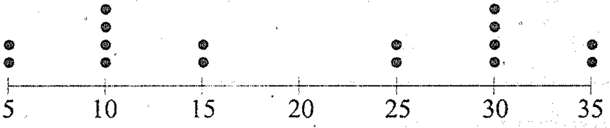
ក.



ខ.



គ.



5. ទិន្នន័យខាងក្រោមជាចំនួនកូនរបស់បុគ្គលិកនៃរោងចក្រមួយ

0 0 0 1 3 3 1 1 1 3 0 0 4 3 3 1 1 0 5 6 2 2
3 2 2 4 1 6 5 6 0 1 1 2 3 5 1 3 2 1 1 1 1 2
1 3 3 4 1 1 0 3 1 1 1 3 3 6 0 0 3 4 1 3 2 3
0 2 4 1 3 4 1 5 6 3 ។

ក. ចូរបង្កើតតារាងប្រេកង់ ប្រេកង់ធៀបកើនជាភាគរយ ។

ខ. ចូរគណនាមេដ្យាន ។

6. តារាងខាងក្រោមនេះ ជាបំណែងចែកសីតុណ្ហភាពតាមខែនីមួយៗ ។

ខែ	មករា	កុម្ភៈ	មីនា	មេសា	ឧសភា	មិថុនា	កក្កដា	សីហា	កញ្ញា	តុលា	វិច្ឆិកា	ធ្នូ
^oC	14°	14°	23°	32°	35°	30°	30°	29°	25°	22°	18°	15°

ក. ចូរគណនាម៉ូត ។

ខ. ចូរគណនាសីតុណ្ហភាពមធ្យម ។

7. នៅឆមាសទី 1 សុខប្រឡង 8 មុខវិជ្ជាទទួលបានមធ្យមភាគពិន្ទុ 89 ។ តើនៅឆមាសទី 2 នេះសុខត្រូវប្រឹងបង្កើនពិន្ទុប៉ុន្មានទៀតទើបធានាឱ្យមធ្យមភាគពិន្ទុរបស់គេស្មើនឹង 90 ។

8. ក្នុងការពិសោធបណ្តុះកូនប៉េងប៉ោះ ដោយប្រើជីតិមីអស់រយៈពេល មួយសប្តាហ៍គេទទួលបានលទ្ធផលនៃបម្រែបម្រួល កម្ពស់កូនប៉េងប៉ោះដូចតារាងខាងក្រោម ។

កម្ពស់ (*mm*)	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
ចំនួនកូនប៉េងបោះ	3	15	72	15	91	35	8

ក. ចូរបង្កើតតារាងដែលបង្ហាញពីប្រេកង់ ប្រេកង់កើន និងថយ ។

ខ. ចូររកចំនួនកូនប៉េងប៉ោះដែលមានកម្ពស់យ៉ាងតិច 20*mm* និង 35*mm* ។

គ. ចូររកម៉ូត មេដ្យាន និងកម្ពស់មធ្យមនៃកូនប៉េងបោះ ។ ចូរប្រៀបធៀបមេដ្យាននិងមធ្យម ។

9. តារាងខាងក្រោមជាបរិមាណទឹកដោះគោម្សៅ ដែលទារកបៅអស់ក្នុងមួយថ្ងៃ ។

ទឹកដោះគោម្សៅគិតជា *g*	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60	60 – 65	65 – 70	70 – 75	75 – 80	80 – 85	85 – 90
ចំនួនក្មេង	8	11	31	61	54	58	43	25	17	7

ក. ចូររកចំនួនទារកដែលបៅទឹកដោះគោក្នុងមួយថ្ងៃ ។

ខ. តើក្នុងមួយថ្ងៃគិតជាមធ្យមទារកម្នាក់បៅទឹកដោះគោម្សៅអស់ប៉ុន្មានក្រាម ?

គ. ចូរគណនាម៉ូត ។

ឃ. ចូរគណនាមេដ្យាន រួចបកស្រាយតាមក្រាប ។

10. ក្រោយពីវាស់កម្ពស់សិស្សនៃវិទ្យាល័យមួយ គេបានលទ្ធផលដូចតារាងខាងក្រោម ។

កម្ពស់ *cm*	145 – 150	150 – 155	155 – 160	160 – 165	165 – 170	170 – 175	175 – 180
ចំនួនសិស្ស	31	95	131	272	120	77	48

ក. ចូរបង្កើតតារាងប្រេកង់ ប្រេកង់កើន ។

ខ. ចូរសង់ក្រាប នៃពហុកោណប្រេកង់កើន ។

គ. ចូរគណនាមេដ្យាន រួចបកស្រាយនៅលើក្រាប ។

មេរៀនទី

8 ប្រូបាប

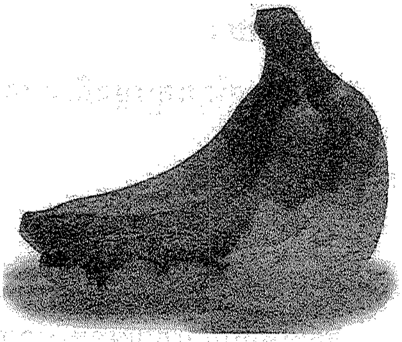
វត្ថុបំណង

- ❑ កំណត់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលពិសោធន៍មួយដង
- ❑ កំណត់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ
- ❑ កំណត់ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលពិសោធន៍ច្រើនដង ។

1. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

ឧទាហរណ៍ : បើគេពិសោធចាប់យកអក្សរមួយចេញពីពាក្យ *BANANA* តើលទ្ធផលដែលអាចកើតមានឡើងមានប៉ុន្មានរបៀប ?

ក្នុងពាក្យ *BANANA* មានអក្សរ B តែមួយគឺ B មានអក្សរ A ដូចគ្នាបីគឺ A , A , A មានអក្សរ N ពីរគឺ N , N



BANANA

ហេតុនេះលទ្ធផលដែលអាចកើតមានឡើងគឺ $\{B, A, A, A, N, N\}$

- លទ្ធផលដែលអាចកើតមានឡើង $\{B, A, A, A, N, N\}$ ហៅថាព្រឹត្តិការណ៍អាច ព្រឹត្តិការណ៍អាចមាន 6 ករណី នោះហៅថាចំនួនករណីអាច
- បើគេប្រាថ្នាចាប់បានអក្សរ A នោះការចាប់បានអក្សរ A ហៅព្រឹត្តិការណ៍ស្រប ព្រឹត្តិការណ៍ស្របមាន 3 ករណី នោះ 3 ហៅថាចំនួនករណីស្រប

គណនាផលធៀបរវាងចំនួនករណីស្របនឹងចំនួនករណីអាច

$$\frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ ឬ } 50\%$$

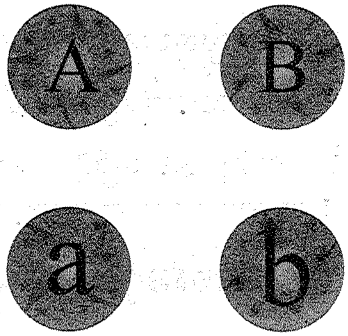
ទូរលេខនេះបកស្រាយថាគេនឹងមានក្ដីសង្ឃឹម 50% ក្នុងការចាប់បានអក្សរ A ។ តទៅគេប្រើអក្សរ P តាងឱ្យប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយ ។ ប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរ A គណនាដោយ

$$P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ ឬ } 50\%$$

ជាទូទៅ : ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍មួយកំណត់ដោយ

$$P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

លំហាត់គំរូទី 1 : ថង់មួយមានឃ្លីបួនដែលបង់អក្សរ a , A , b , B ។គេចាប់យកឃ្លីម្តងពីរចេញពីថង់ ។



ចូររៀបរាប់ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានឡើងរួចគណនាប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពីរដែលមានអក្សរតូចមួយនិងអក្សរធំមួយ ។

ចម្លើយ :

បើគេផ្សំគូអក្សរម្តងពីរគេបានព្រឹត្តិការណ៍អាចដូចខាងក្រោម

$\{aA \ , \ ab \ , \ aB \ , \ Ab \ , \ AB \ , \ bB\}$ មាន 6 ករណី ។

សំគាល់ : ឃ្លីពីរ Ⓐ ⓐ និង ⓐ Ⓐ ជាព្រឹត្តិការណ៍តែមួយព្រោះគេចាប់ឃ្លីម្តងពីរមានន័យថាពុំគិតឃ្លីមួយណាចេញមុនឬក្រោយនោះទេ ។

ព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បានអក្សរតូច 1 និងអក្សរធំមួយ

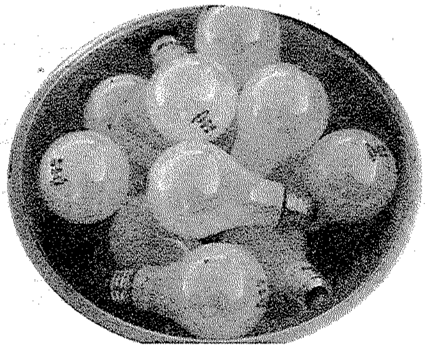
$\{aA \ , \ aB \ , \ Ad \ , \ bB\}$ មាន 4 ករណី

ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពីរដែលមានអក្សរតូចមួយនិងអក្សរធំមួយ

$$P = \frac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ ឬ } 66\,\%$$

ផលធៀបនេះបកស្រាយថា គេនឹងមានក្តីសង្ឃឹម 66% ក្នុងការសម្រេចព្រឹត្តិការណ៍នេះ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេធ្វើតេស្តលើអំពូលភ្លើង 500 គ្រឿង ហើយបានរកឃើញមានអំពូល 4 ដែលខូច ។



1. ចូររកប្រូបាបនៃការរកឃើញអំពូលភ្លើងខូចនេះ ។
2. បើក្រុមហ៊ុនត្រូវលក់អំពូលភ្លើងចំនួន 8500 គ្រឿង តើត្រូវត្រៀមអំពូលប៉ុន្មាន ដើម្បីត្រៀមទុកថែមឱ្យអតិថិជន ?

ចម្លើយ :

1. ប្រូបាបដែលគេស្ដួឃើញអំពូលខូច

- ចំនួនករណីអាចជាចំនួនអំពូលដែលយកមកសាកត្រូវជា 500 អំពូល
- ចំនួនករណីស្រួបជាចំនួនអំពូលដែលខូចត្រូវជា 4 អំពូល

$P = \dfrac{\text{ចំនួនករណីស្រប}}{\text{ចំនួនករណីអាច}} = \dfrac{4}{500} = 0.08$ ឬ 0.8%

2. ចំនួនអំពូលដែលត្រូវថែម

បើគេលក់ឱ្យអតិថិជនចំនួន 8 500 អំពូលនោះត្រូវគ្រោងទុកថានឹងមានចំនួនអំពូលដែលត្រូវខូច

$0.8\% \times 8\ 500 = 68$

ដូចនេះ គេត្រូវថែមឱ្យ 68 អំពូល ។

លំហាត់គំរូទី3 : គេស្ទាបស្ទង់ចំណង់ចំណូលចិត្តនៃភ្ញៀវទេសចរទៅតាមកំរិតអាយុចំពោះរមណីយដ្ឋានបីសំខាន់ៗរួមមាន ប្រាសាទអង្គរវត្ត ឆ្នេរសមុទ្រ តំបន់ជនជាតិ ហើយទទួលបានលទ្ធផលខាងក្រោម ។

1. ចូររកប្រូបាបអ្នកដែលមានអាយុក្រោម 30 ឆ្នាំដែលចូលចិត្តដើរកំសាន្តនៅឆ្នេរសមុទ្រ ។
2. ចូរកប្រូបាបដែលអ្នកមានអាយុ 30 ឆ្នាំ ឬ លើសពី 30 ឆ្នាំដែលចូលចិត្តទៅកំសាន្តនៅអង្គរវត្ត ឬតំបន់ជនជាតិ ។

អាយុX	អង្គរវត្ត	ឆ្នេរសមុទ្រ	តំបន់ជនជាតិ
$x < 30$	46	92	5
$30 \le x < 50$	72	61	34
$50 \le x$	67	20	48

ចម្លើយ :

1. គេត្រូវស្គាល់ចំនួនករណីអាចនិងចំនួនករណីស្រប

ព្រឹត្តិការណ៍អាច ជាមនុស្សដែលមានអាយុក្រោម 30 ឆ្នាំ

ចំនួនករណីអាច $= 46 + 92 + 5 = 143$

ព្រឹត្តិការណ៍ស្រប ជាមនុស្សចូលចិត្តទៅកំសាន្តនៅឆ្នេរសមុទ្រហើយស្ថិតក្នុងវ័យក្រោម 30 ឆ្នាំ

ចំនួនករណីស្រប $= 92$

$P = \dfrac{92}{143} = 0.64$ ឬ 64% ។

2. ព្រឹត្តិការណ៍អាច ជាមនុស្សដែលមានអាយុចាប់ពី 30 ឆ្នាំឡើង

ចំនួនករណីអាច $72+61+34+67+20+48 = 302$

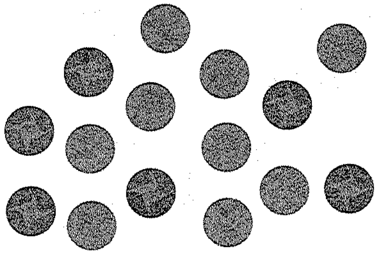
ព្រឹត្តិការណ៍ស្រប ជាមនុស្សដែលចូលចិត្តទៅកំសាន្តនៅអង្គរវត្ត ឬនៅតំបន់ជនជាតិដែលឋិតក្នុងវ័យនោះ

ចំនួនករណីស្រប $= 72+67+34+48 = 221$

$P = \frac{221}{302} = 0.73$ ឬ 73% ។

លំហាត់គំរូទី 4 : ថង់មួយមានឃ្លីពណ៌សនិងពណ៌ខ្មៅសរុប 15 គ្រាប់ ។ គេឱ្យសិស្សចាប់យកឃ្លីម្តងមួយចេញពីថង់ហើយកត់ត្រាលទ្ធផលដែលចេញឃ្លីខ្មៅនៅលើក្តារខៀន ។ ឃ្លីដែលចាប់បានហើយត្រូវដាក់ចូលក្នុងថង់វិញមុននឹងបន្តចាប់ឃ្លីជាលើកទី 2 រហូតដល់គ្រប់ 100 ដង ។ គេឃើញឃ្លីខ្មៅចេញ 40 ដងក្នុងការចាប់ឃ្លី 100 ដង ។ ចូររកចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅនិងពណ៌ស ។

ចម្លើយ :



តាង x ជាចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅបើក្នុងថង់មានឃ្លីសរុប 15 នោះប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីខ្មៅ $P = \frac{x}{15}$

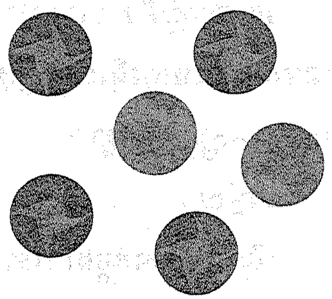
ម្យ៉ាងវិញទៀត $\frac{40}{100}$ គឺជាប្រូបាបនៃការចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ

យើងបាន$\frac{x}{15} = \frac{40}{100}$, $x = 6$ ចំនួនឃ្លីពណ៌ស $15-6 = 9$

សំគាល់ : ក្នុងពិសោធន៍ 100 ដង ចំនួនឃ្លីពណ៌ខ្មៅដែលចាប់បានអាចតិចជាង ឬច្រើនជាង 40 ដងបន្តិចបន្តួច ។

- ករណីចាប់បានឃ្លីខ្មៅ 38 ដង យើងបាន $\frac{x}{15} = \frac{38}{100}$, $x = 5.7$ ដោយ x ជាចំនួនគត់នោះគេអាចបង្គត់ចំនួន $x = 6$
- ករណីចាប់បានឃ្លីខ្មៅ 41 យើងបាន $\frac{x}{15} = \frac{41}{100}$, $x = 6.15$ គេអាចបង្គត់ចំនួន $x = 6$

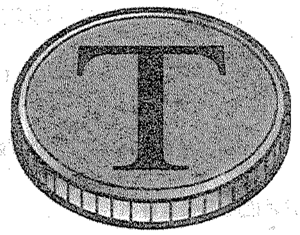
សន្និដ្ឋាន : ឱ្យតែដឹងចំនួនឃ្លីសរុប គេអាចដឹងចំនួនឃ្លីនៃពណ៌នីមួយៗដោយពិសោធចាប់ឃ្លីចេញពីថង់ច្រើនដង ។



ប្រតិបត្តិ : ថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 4 និងឃ្លីពណ៌ស 2

1. បើគេឱ្យឈ្មោះ ក ចាប់យកឃ្លី 1 ពីថង់ ចូររកប្រូបាបដែលឈ្មោះ ក ចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ។
2. ឧបមាថាឈ្មោះ ក ចាប់បានឃ្លីខ្មៅ ។ ដោយមិនដាក់ឃ្លីនោះចូលថង់វិញដោយឱ្យឈ្មោះ ខ បន្តចាប់យកឃ្លីមួយចេញពីថង់ ។ ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ។

2. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញ



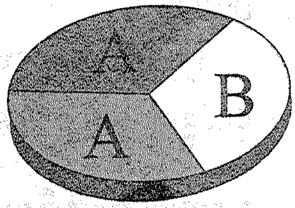
ឧទាហរណ៍ទី 1 : កាក់មួយដែលម្ខាងជាអក្សរ H និងម្ខាងទៀតជាអក្សរ T ។ បើគេពិសោធបោះកាក់នោះព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានឡើងគឺ $\{H, T\}$

បើ H ជាព្រឹត្តិការណ៍ស្រប នោះ T ជាព្រឹត្តិការណ៍បំពេញនៃ H ព្រោះមានតែព្រឹត្តិការណ៍ពីរ T និង H ។

ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ស្របតាងដោយ $P = \frac{1}{2}$

ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍បំពេញតាងដោយ $P' = \frac{1}{2}$

យើងបាន $P + P' = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ ។



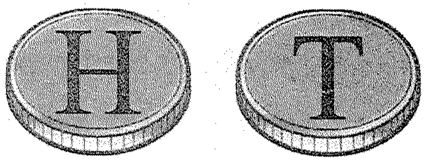
ឧទាហរណ៍ទី 2 : ថាសមួយមានបីចំណែកប៉ុនគ្នាកំណត់ដោយអក្សរ B, A, A បន្ទាប់ពីបង្វិលថាសនោះឱ្យវិលគេប្រើព្រួញគប់លើផ្ទៃថាស ។ បើគប់បានអក្សរ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ស្របនោះព្រឹត្តិការណ៍បំពេញគឺជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលគប់បានអក្សរ A ។

ប្រូបាបដែលគប់បានអក្សរ B តាងដោយ $P = 1/3$

ប្រូបាបគប់បានអក្សរ A តាងដោយ $P' = \frac{2}{3}$ យើងបាន $P + P' = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = 1$ ។

ជាទូទៅ : បើ P' ជាប្រូបាបបំពេញនៃ P នោះ $P + P' = 1$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គេបោះកាក់ម្តងពីរ ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរពីរផ្សេងគ្នារួចទាញរកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរពីរដូចគ្នា ។



ចម្លើយ :

បើគេបោះកាក់ម្តងពីរនោះព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានឡើងមាន

$\{HH, TT, HT, TH\}$

ប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរពីរផ្សេងគ្នា

$P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

បើ P' ជាប្រូបាបដែលចេញអក្សរពីរដូចគ្នា

$P' + P = 1\ ,\ P' = 1 - P = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (ព្រោះ P' បំពេញនៃ P)

លំហាត់គំរូទី 2 : តាមលំហាត់គំរូ 1 នៃទំព័រទី 86 រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីដែលមានអក្សរតូចមួយយ៉ាងតិច ។

ចម្លើយ :

ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{aA, ab, aB, Ab, AB, bB\}$

តាង P ជាប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរធំទាំងពីរ $P = \frac{1}{6}$

តាង P' ជាប្រូបាបដែលចាប់បានអក្សរតូចមួយយ៉ាងតិច : P' និង P ជាប្រូបាបបំពេញគ្នា

$P' + P = 1\ ,\ P' = 1 - P = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ ។

ប្រតិបត្តិ :

ក្រុមហ៊ុនមួយមានបុគ្គលិកចំនួន 250 នាក់ ។ គេដឹងថាអ្នកដែលធ្វើដំណើរដោយរថយន្តផ្ទាល់ខ្លួនមានចំនួន 50 នាក់ ។ រកប្រូបាបដែលធ្វើដំណើរដោយមធ្យោបាយដទៃទៀត ។

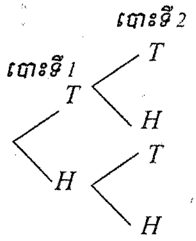
3. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលពិសោធច្រើនដង

ឧទាហរណ៍ទី 1 : បើគេពិសោធបោះកាក់មួយដងបន្ទាប់មកបោះពីរដងរួចបោះបីដង ព្រឹត្តិការណ៍ដែលអាចកើតមានឡើងកំណត់ដោយ

- ករណីបោះកាក់មួយដង

ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{T, H\}$

- ករណីបោះកាក់ពីរដង ព្រឹត្តិការណ៍អាចកំណត់ដោយ



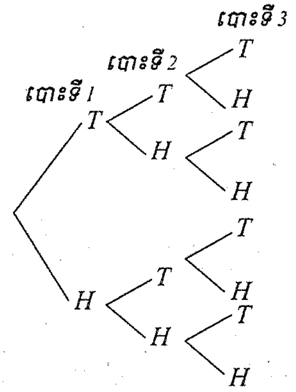
ព្រឹត្តិការណ៍អាចមាន 4 ករណី

$\{TT, HT, HT, HH\}$

HT លើកទី 1 បោះបាន H ហើយលើកទី 2 បោះបាន T

TH លើកទី 1 បោះបាន T ហើយលើកទី 2 បោះបាន H

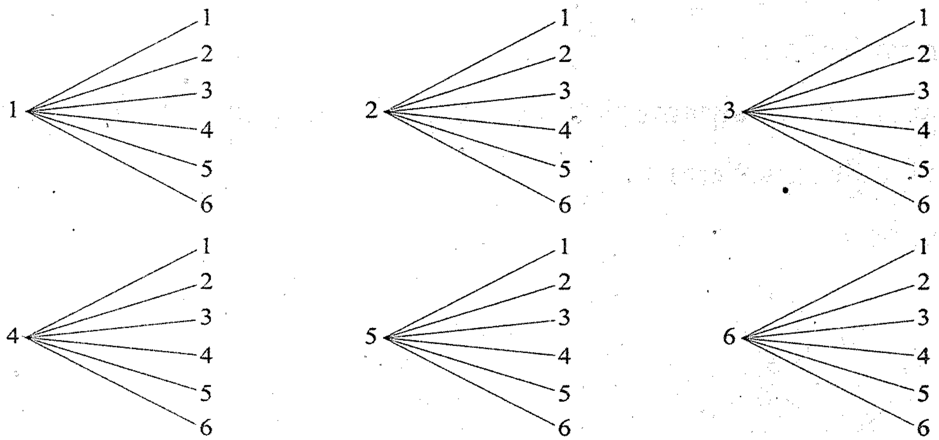
- ករណីបោះកាក់បីដង ព្រឹត្តិការណ៍អាចកំណត់ដោយ



ព្រឹត្តិការណ៍អាចមាន 8 ករណី

$\{TTT, TTH, THT, THH, HTT, HTH, HHT, HHH\}$

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរដង ព្រឹត្តិការណ៍អាចកំណត់ដូចខាងក្រោម ។



ព្រឹត្តិការណ៍អាចរួមមាន 36 ករណី

(1 , 1)(1 , 2)(1 , 3)(1 , 4)(1 , 5)(1 , 6)

(2 , 1)(2 , 2)(2 , 3)(2 , 4)(2 , 5)(2 , 6)

(3 , 1)(3 , 2)(3 , 3)(3 , 4)(3 , 5)(3 , 6)

(4 , 1)(4 , 2)(4 , 3)(4 , 4)(4 , 5)(4 , 6)

(5 , 1)(5 , 2)(5 , 3)(5 , 4)(5 , 5)(5 , 6)

(6 , 1)(6 , 2)(6 , 3)(6 , 4)(6 , 5)(6 , 6)

លំហាត់គំរូទី 1 :

គេបោះកាក់មួយដង ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ T ។

ក្នុងករណីបោះកាក់ពីរដង ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ TT ។

ក្នុងករណីបោះកាក់បីដង ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ TTT ។

តាមលំនាំនេះ ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ $TTTT$ ។

ចម្លើយ :

ករណីបោះកាក់មួយដង ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{T, H\}$

ប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ T គឺ $P = \frac{1}{2}$

ករណីបោះកាក់ពីរដង ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{TT, TH, HT, HH\}$

ប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ TT គឺ $P = \frac{1}{4}$

ករណីបោះកាក់បីដង ព្រឹត្តិការណ៍អាច $\{TTT, TTH, THT, THH, HTT, HTH, HHT, HHH\}$

ប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ TTT គឺ $P = \frac{1}{8}$

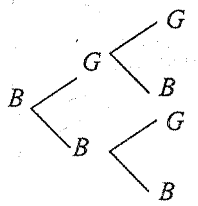
រកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ $TTTT$, $P(T) = \frac{1}{2}$, $P(TT) = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$ $P(TTT) = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$

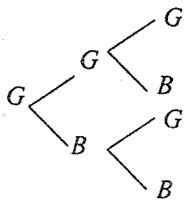
ដូចនេះ $P(TTTT) = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 :

គ្រួសារមួយចង់បានបុត្រតាមលំដាប់លំដោយ ដូច BGB (B ជាប្រុសហើយ G ជាស្រី) ។ តើគេអាចមានក្តីសង្ឃឹមប៉ុន្មានភាគរយ ?

ចម្លើយ :





ព្រឹត្តិការណ៍អាច $BGG, BGB, BBG, BBB, GGG, GGB, GBG, GBB$

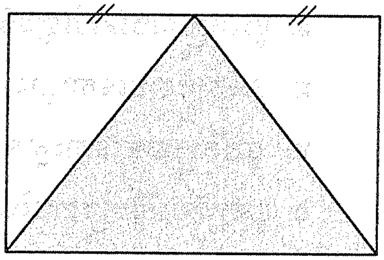
ប្រូបាប $P(BGB) = \frac{1}{8}$

ប្រតិបត្តិ : គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយពីរដង

1. ចូររកប្រូបាបដែលចេញលេខដូចគ្នា ។
2. ចូររកប្រូបាបដែលផលបូកគ្រាប់ទាំងពីរស្មើនឹង 10 ។

លំហាត់

1. គេចាប់យកអក្សរមួយនៃពាក្យ *PHNOM PENH* ដោយចៃដន្យ ។
   ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បាន
   ក. អក្សរ *P* ខ. អក្សរ *H* គ. អក្សរ *O* ឬ *M* ឃ. អក្សរ *P* ឬ *N* ។
2. សុខនិយាយថា "ខ្ញុំកំពុងនឹករកចំនួនសេសមួយដែលឋិតក្នុងចន្លោះពី 1 ដល់ 21" ។ សៅនិយាយថា "ខ្ញុំក៏កំពុងនឹករកចំនួនគូមួយដែលឋិតក្នុងចន្លោះពី 1 ដល់ 21 ដែរ" ។ តើប្រូបាបនៃចំនួនដែលសុខនិងសៅកំពុងនឹករកស្មើគ្នា ឬទេ ?
3. ចូររកប្រូបាបនៃគ្រាប់ឡុកឡាក់ដែលចេញលេខ 1 ដល់លេខ 4 ។
4. ក្នុងវិញ្ញាសាគប់ព្រួញមួយ តើប្រូបាបដែលគប់លើផ្ទៃឆ្នូតស្មើនឹងផ្ទៃមិនឆ្នូត ឬទេ ?



5. ការអង្កេតលើមធ្យោបាយធ្វើដំណើររវាងអ្នកក្នុងក្រុងនិងអ្នករស់នៅជាយក្រុងទទួលបានទិន្នន័យដូចខាងក្រោម ។

	អ្នកនៅក្នុងក្រុង	អ្នកនៅជាយក្រុង	សរុប
រថយន្ត	182	52	234
ម៉ូតូ	254	338	592

ក. ចូររកប្រូបាបនៃអ្នកធ្វើដំណើរដោយម៉ូតូ ។
ខ. ចូររកប្រូបាបនៃអ្នកធ្វើដំណើរដោយរថយន្ត ។
គ. បើគេអញ្ជើញភ្ញៀវ 1200 នាក់ដើម្បីចូលរួមក្នុងពិធីផ្សព្វផ្សាយពាណិជ្ជកម្មក្នុងនោះភ្ញៀវ 760 នាក់ជាអ្នករស់នៅក្នុងក្រុងហើយភ្ញៀវ 440 ជាអ្នករស់នៅជាយក្រុង ។ តើគេត្រូវត្រៀមចំណតរថយន្តប៉ុន្មានកន្លែង ?

6. ការស្ទាបស្ទង់រកសំឡេងគាំទ្រដល់បេក្ខជន 3 នាក់ A, B, C ដោយទទួលបានលទ្ធផលដូចខាងក្រោម ។

	គាំទ្រ	មិនគាំទ្រ	គ្មានយោបល់	សរុប
A	1420	74	182	1676
B	846	26	122	994
C	570	41	60	671
សរុប	2836	141	364	3341

ក. ចូររកប្រូបាបនៃសំឡេងដែលមិនគាំទ្របេក្ខជន A

ខ. ចូររកប្រូបាបនៃសំឡេងមិនគាំទ្របេក្ខជន B ឬ C

គ. ចូររកប្រូបាបនៃការគ្មានយោបល់ចំពោះបេក្ខជន A

ឃ. ចូររកប្រូបាបនៃការគ្មានយោបល់ចំពោះបេក្ខជន B ឬ C

ង. ចូរប្រៀបធៀបប្រូបាបនៃសំឡេងដែលគាំទ្របេក្ខជន A និងប្រូបាបនៃសំឡេងដែលគាំទ្របេក្ខជន B ឬ C ។

7. ខាងក្រោមនេះជាព្រឹត្តិការណ៍អាចនៃការបោះកាក់ 4 ដង

$HHHH, HTHH, THHH, TTHH$

$HHHT, HTHT, THHT, TTHT$

$HHTH, HTTH, THTH, TTTH$

$HHTT, HTTT, THTT, TTTT$

ក. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ H ពីរ ។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបាន អក្សរ T ពីរមុនគេ ។

គ. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ H មួយមុនគេ ។

ឃ. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ H ទាំងបួន ។

ង. ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានអក្សរ T មួយយ៉ាងតិច ។

8. ក្នុងថង់មួយដែលមានតែឃ្លីពណ៌សនិងខ្មៅ ។ ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌សដោយដឹងថា ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅស្មើនឹង $\frac{2}{5}$ ។

9. ក្រុមហ៊ុនមួយបានកត់ត្រាលើចំនួនថ្ងៃអវត្តមានរបស់បុគ្គលិកប្រចាំឆ្នាំ ។

ចំនួនថ្ងៃអវត្តមាន	0	1	2	3	4	5	6	7	8
ចំនួនបុគ្គលិក	6	1	15	12	24	18	16	10	7

បើគេធ្វើសម្ភាសន៍ជាមួយបុគ្គលិកមួយដោយចៃដន្យ

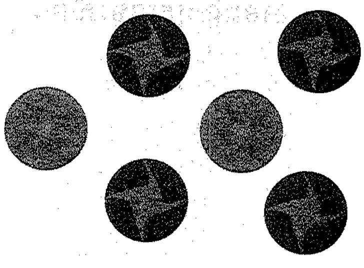
ក. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់យ៉ាងច្រើនបីថ្ងៃ ។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់យ៉ាងតិចមួយថ្ងៃ ។

គ. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់ចន្លោះពី 4 ទៅ 6 ថ្ងៃ ។

ឃ. ចូររកប្រូបាបដែលបុគ្គលិកនោះ បានឈប់ច្រើនជាង 6 ថ្ងៃ ។

10. ថង់មួយមានឃ្លី 6 ក្នុងនោះមានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 4 និងពណ៌ស 2 ដើម្បីងាយសិក្សាឃ្លីពណ៌ខ្មៅបង់ដោយអក្សរ $ABCD$ និងឃ្លីពណ៌ស 2 បង់ដោយអក្សរ X និង Y ។ គេចាប់ឃ្លីម្តងពីរចេញពីថង់ ។



ក. ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌សទាំងពីរ ។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលចាប់ឃ្លីពណ៌ខ្មៅមួយយ៉ាងតិច ។

11. គ្រូដាក់សំណួរមេរៀន 6 តាងដោយអក្សរ A , B , C , D , E និង F ហើយគ្រូនិងដកស្រង់យក 3 សំណួរដើម្បីដាក់ឱ្យសិស្សប្រឡងយកពិន្ទុ ។ បើសិស្សម្នាក់បានរៀនតែ 4 សំណួរ

ក. ចូររកប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរគត់ ។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលសិស្សនោះត្រូវបានពីរសំណួរយ៉ាងតិច ។

12. គេបោះកាក់ម្តងបី ។ ចូររកប្រូបាបដែលបោះបានមុខ H ទាំងបី ។

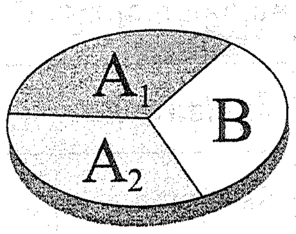
13. ថង់មួយមានឃ្លី 12 គ្រាប់ដែលមានតែឃ្លីពណ៌សនិងពណ៌ខ្មៅ ។ គេចាប់ឃ្លីម្តងមួយចេញពីថង់ ។

ក. ចូររកចំនួននៃឃ្លីពណ៌ខ្មៅបើប្រូបាបនៃការចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅស្មើនឹង $\frac{1}{3}$ ។

ខ. ចូររកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ស ។

14. ក្នុងការិយាល័យមួយមានបុរស 3 នាក់និងនារី 2 នាក់ ។ គេជ្រើសរើស 2 នាក់ដោយធ្វើការចាប់ឆ្នោតដោយចៃដន្យ ។ ចូររកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបាននារីទាំងពីរនាក់ ។

15. ផ្ទៃថាសមួយខណ្ឌដោយបីផ្នែកប៉ុនគ្នាដែលតាងដោយអក្សរ A_1 , A_2 , B គេបង្វិលថាសឱ្យវិលរួចប្រើព្រួញគប់លើផ្ទៃថាសនោះពីរដង ។ ចូររកប្រូបាបដែលគប់បានអក្សរ A ទាំងពីរលើក ។



16. ថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហមនិងពណ៌ខៀវ ក្នុងនោះឃ្លីពណ៌ក្រហមមានចំនួន 15 គ្រាប់ ។ គេចាប់យកឃ្លីមួយពីថង់ដោយចៃដន្យដោយដឹងថាប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមួយពណ៌ក្រហមស្មើនឹង $\frac{3}{5}$ ។

ចូរគណនា

ក. ចំនួនឃ្លីពណ៌ខៀវនៅក្នុងថង់នោះ ។

ខ. ចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលត្រូវដាក់ចូលបន្ថែមក្នុងថង់ ដើម្បីឱ្យប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីមួយមានពណ៌ក្រហមស្មើនឹង $\frac{2}{3}$ ។

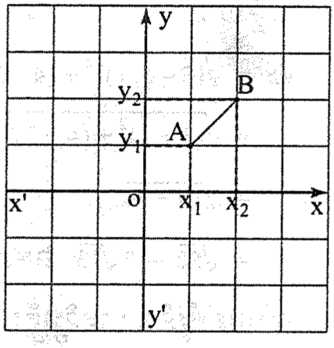
មេរៀនទី

9 ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច

វត្ថុបំណង

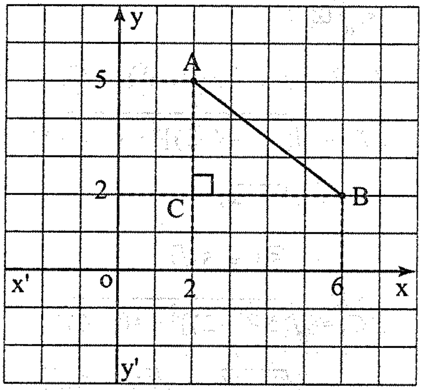
- ❑ គណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុច ។
- ❑ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាល ។

1. ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច



បើគេស្គាល់កូអរដោនេនៃចំណុច $A(x_1\ ,\ y_1)$ និង $B(x_2\ ,\ y_2)$ នោះគេអាចបកស្រាយអង្កត់ $[AB]$ នៅក្នុងប្លង់កូអរដោនេ ហើយគេក៏អាចគណនាប្រវែងនៃអង្កត់នេះដែរ ។

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេឱ្យពីរចំណុច $A(2\ ,5)$ និង $B(6\ ,2)$ ដើម្បីគណនាប្រវែងនៃអង្កត់ $[AB]$ គេប្រើទ្រឹស្ដីបទពីតាគ័រក្នុងត្រីកោណ ABC



ក្នុងករណីនេះ

$BC = 6-2 = 4$

$AC = 5-2 = 3$

យើងបាន $AB^2 = BC^2+AC^2$

$= 4^2+3^2$

$= 16+9= 25$

ដូចនេះ $AB = \sqrt{25} = 5$ ឯកតា

ជាទូទៅរូបមន្តនៃចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $A(x_1\ ,\ y_1)$ និង $B(x_2\ ,\ y_2)$ កំណត់ដូចខាងក្រោម

$AC = x_2-x_1$; $BC = y_2-y_1$

$AB^2 = AC^2+BC^2$

$= (x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$

$AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ ។

ចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $A(x_1\ ,\ y_1)$, $B(x_2\ ,\ y_2)$ កំណត់ដោយ $AB = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរគណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $(3\ ,7)$ និង $(8\ ,-5)$ ។

ចម្លើយ :

$$AB = \sqrt{(8-3)^2+(-5-7)^2}$$

$$= \sqrt{5^2+(-12)^2}$$

$$= \sqrt{25+144}$$

$$= \sqrt{169} = 13$$ ឯកតា ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរគណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុច $(-1\ ,-2)$; $(3\ ,4)$ ។

ចម្លើយ :

$$AB = \sqrt{[3-(-1)]^2+[4-(-2)]^2}$$

$$= \sqrt{(3+1)^2+(4+2)^2}$$

$$= \sqrt{16+36}$$

$$= \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$ ឯកតា ។

លំហាត់គំរូទី 3 : គេឱ្យត្រីកោណមួយដែលមានកំពូល $A(-2\ ,6)$; $B(-1\ ,-1)$ និង $C(1\ ,0)$ ។ ចូរគណនាប្រវែងជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ រួចបង្ហាញថាវាជាត្រីកោណកែង ។

ចម្លើយ :

$A(-2\ ,6)$; $B(-1\ ,-1)$; $C(1\ ,0)$

$$AB = \sqrt{[-1-(-2)]^2+(-1-6)^2}$$

$$= \sqrt{1+49}$$

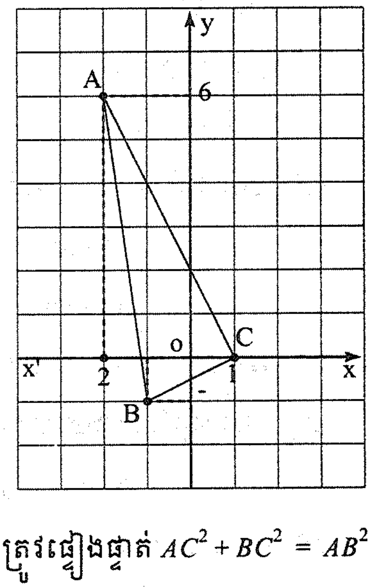
$$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{[1-(-2)]^2+(0-6)^2}$$

$$= \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{[1-(-1)]^2+[0-(-1)]^2}$$

$$= \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$



ត្រីកោណ ABC ទំនងជាកែងត្រង់ C ក្នុងករណីនេះគេត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់ $AC^2+BC^2 = AB^2$

$AB^2 = 50$; $AC^2 = 45$; $BC^2 = 5$ $AC^2+BC^2 = 45+5 = 50$ ស្មើនឹង AB^2 ហេតុនេះ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ C ។

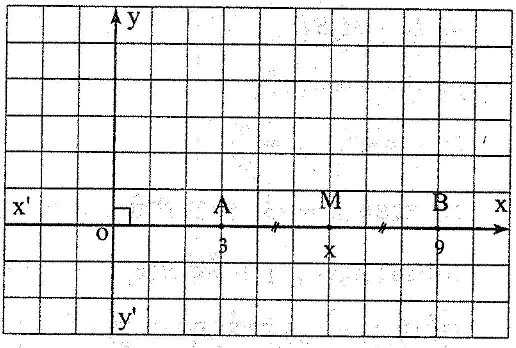
ប្រតិបត្តិ : ចូរគណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុច

ក. $A(0\ ,0)$ និង $B(8\ ,-15)$ ខ. $A(-2\ ,6)$ និង $B(3\ ,-6)$

គ. $A(-3\ ,-5)$ និង $B(-1\ ,-8)$ ឃ. $A(5\ ,3)$ និង $B(11\ ,11)$ ។

2. កូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាល

ឧទាហរណ៍ទី1 : គេមាន $A(3\ ,0)$; $B(9\ ,0)$ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ។ ចំណុច A និង B ឋិតនៅលើអ័ក្ស $x'x$ ដែល M ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$



តាង $M(x\ ,0)$ គេបាន :

$$AM = MB$$

$$x_M - x_A = x_B - x_M$$

$$x - 3 = 9 - x$$

$$2x = 9 + 3$$

$$2x = 12$$

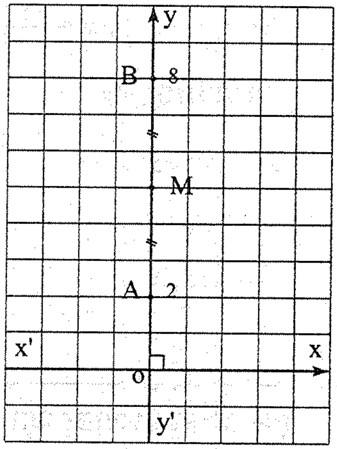
$$x = 6$$

ដូចនេះ $M(6\ ,0)$ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ។

ឧទាហរណ៍ទី2 : គេឱ្យ $A(0\ ,2)$ និង $B(0\ ,8)$

គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$

ចំណុច A និង B ឋិតនៅលើអ័ក្ស $y'y$ ដែល M ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$



តាង $M(0\ ,\ y)$ គេបាន

$$AM = MB$$

$$y_M - y_A = y_B - y_M$$

$$y - 2 = 8 - y$$

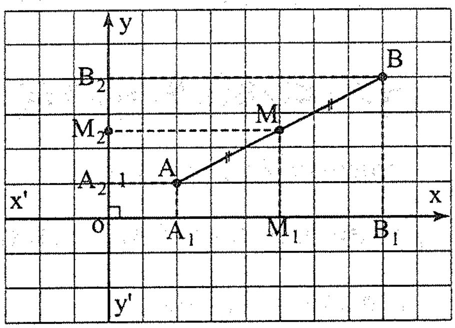
$$2y = 8 + 2$$

$$2y = 10$$

$$y = 5$$

ដូចនេះ $M(5\ ,0)$ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 3 : គេឱ្យ $A(2\ ,1)$ និង $B(8\ ,4)$ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាលអង្កត់ $[AB]$ តាង $M(x\ ,\ y)$ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$



$A_1(2\ ,0)\ ;\ B_1(8\ ,0)\ ;\ M_1(x\ ,0)$

M_1 ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[A_1B_1]$

$A_1M_1 = M_1B_1$

$x-2 = 8-x\ ;\ 2x = 10\ ;\ x = 5$

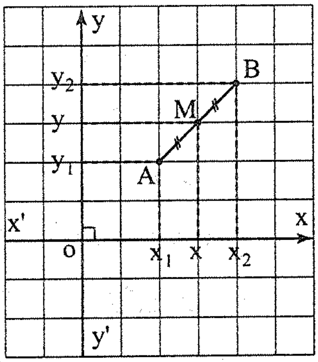
$A_2(0\ ,1)\ ;\ B(0\ ,4)\ ;\ M_2(0\ ,y)$

$A_2M_2 = M_2B_2$

$y-1 = 4-y$

$2y = 4+1\ ,\ y = \dfrac{5}{2}$

ហេតុនេះ $M = (5\ ,5/2)$ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$



ជាទូទៅ $A(x_1\ ,\ y_1)$ និង $B(x_2\ ,\ y_2)$ ជាពីរចំណុច ហើយ $M(x\ ,\ y)$ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$ យើងបាន

នៅលើអ័ក្ស $x'x$

$x-x_1 = x_2-x$

$2x = x_1+x_2\ ,\ x = \dfrac{x_1+x_2}{2}$

នៅលើអ័ក្ស $y'y$

$y-y_1 = y_2-y$

$2y = y_1+y_2$

$y = \dfrac{y_1+y_2}{2}$

កូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាល $A(x_1\ ,\ y_1)$ និង $B(x_2\ ,\ y_2)$ កំណត់ដោយ $M\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\ ;\ \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$

លំហាត់គំរូទី 1 : គេឱ្យ $M(4\ ,3)\ ;\ N(-2\ ,8)$ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[MN]$ ។

ចម្លើយ :

តាង $I(x\ ,\ y)$ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[MN]$

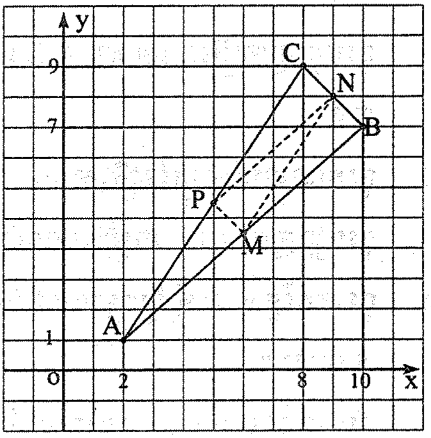
$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4+(-2)}{2} = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{3+8}{2} = \frac{11}{2}$$

ចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[MN]$ គឺ $I\left(1\ ,\frac{11}{2}\right)$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ត្រីកោណមួយមានកំពូលកំណត់ដោយចំណុច $A(2\ ,1)$; $B(10\ ,7)$ និង $C(8\ ,9)$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា ត្រីកោណដែលផ្គុំដោយចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុងទាំងបី ជាត្រីកោណសមបាត ។ តាង M , N និង P ជាចំណុចកណ្ដាលរៀងគ្នានៃអង្កត់ $[AB]$; $[BC]$ និង $[AC]$ ។

ចម្លើយ :



M ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ $A(2\ ,1)$ និង $B(10\ ,7)$

$$x_M = \frac{10+2}{2} = 6$$

$$y_M = \frac{7+1}{2} = 4\ ,\ M(6\ ,4)$$

N ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ $B(10\ ,7)$ និង $C(8\ ,9)$

$$x_N = \frac{10+8}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$y_N = \frac{7+9}{2} = \frac{16}{2} = 8\ ,\ N(9\ ,8)$$

P ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ $A(2\ ,1)$ និង $C(8\ ,9)$

$$x_P = \frac{2+8}{2} = 5\ ,\ y_P = \frac{1+9}{2} = 5\ ,\ P(5\ ,5)$$

ប្រៀបធៀបប្រវែង MN និង NP

$$MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2} = \sqrt{(9-6)^2 + (8-4)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

$$NP = \sqrt{(x_P - x_N)^2 + (y_P - y_N)^2} = \sqrt{(5-9)^2 + (5-8)^2} = \sqrt{16+9} = 5$$

$MN = NP = 5$ ឯកតា

ត្រីកោណ MNP មានជ្រុងពីរប៉ុនគ្នាជាត្រីកោណសមបាត ។

? លំហាត់

1. ចូរគណនាចម្ងាយរវាងពីរចំណុចដែលមានកូអរដោនេដូចខាងក្រោម ។

ក. (9 , 2) និង (6 , 8)
ខ. (5 , –3) និង (–2 , 4)
គ. (2 , 5) និង (0 , 0)
ឃ. (–6 , –3) និង (2 , 1)
ង. (8 , 7) និង (8 , –6)
ច. (3 , 12) និង (7 , 12)
ឆ. (100 , –203) និង (97 , –200)
ជ. (–3 , 8) និង (–4 , 7) ។

2. ចុងទាំងពីរនៃអង្កត់ផ្ចិតរង្វង់មួយមានកូអរដោនេរៀងគ្នា (3 , 1) និង (–2 , 5) ។ ចូរគណនាកាំរង្វង់រួចសង់រង្វង់នេះ ។

3. ចូរគណនាប្រវែងអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណ $PQRS$ ដែល $P(-2\ ,3)$, $Q(5\ ,5)$, $R(6\ ,-6)$ និង $S(-3\ ,-3)$ ។

4. ចូរបង្ហាញថាត្រីកោណ KLM ដែល $K(2\ ,8)$, $L(10\ ,11)$ និង $M(5\ ,0)$ ជាត្រីកោណសមបាត ។

5. ចូរគណនាបរិមាត្រនៃត្រីកោណ ABC ដែល $A(3\ ,7)$, $B(5\ ,2)$ និង $C(-7\ ,3)$ ។ ចូរបង្ហាញថា ABC ជាត្រីកោណកែង រួចគណនាផ្ទៃក្រឡារបស់វា ។

6. ចូររកតម្លៃ y ដើម្បីឱ្យចម្ងាយរវាងពីរចំណុចដែលមានកូអរដោនេ (4 , 2) និង (4 , y) ស្មើនឹង 5 ឯកតា ។

7. ចូររកចំណុច $C(x, 1)$ ក្នុងកាដ្រង់ទី 1 ដើម្បីឱ្យត្រីកោណដែលមានកំពូល $A(1\ ,1)$, $B(4\ ,7)$ និង $C(x\ ,1)$ ជាត្រីកោណសមបាតដែល $AB = AC$ ។

8. កំពូលនៃត្រីកោណមួយមានកូអរដោនេ (–3 , 2) , (9 , 2) និង (3 , 10) ។
   ក. ចូរគណនាប្រវែងជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណ ។
   ខ. ចូរប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណនេះ ។

9. កំពូលនៃចតុកោណមួយមានកូអរដោនេ (–1 , –2) , (5 , –2) , (–1 , 4) និង (5 , 4) ។
   ក. ចូរគណនាប្រវែងជ្រុងនិងប្រវែងអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណ ។
   ខ. តើគេសន្និដ្ឋានដូចម្តេចចំពោះចតុកោណនេះ ?

10. កូអរដោនេកំពូលរបស់ចតុកោណមួយមាន $(2,-1)$, $(6,4)$, $(2,9)$ និង $(-2,4)$ ។

ក. ចូរគណនាប្រវែងជ្រុងនិងប្រវែងអង្កត់ទ្រូងនៃចតុកោណ ។

ខ. ចូរប្រាប់ប្រភេទនៃចតុកោណនេះ ។

11. ចតុកោណមួយមានកំពូល $(-2,-3)$, $(-3,1)$, $(5,-1)$ និង $(4,3)$ ។ តើចតុកោណនេះមានរាងជាអ្វី ?

12. ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាលនៃ $[AB]$ រួចដៅចំណុចក្នុងតម្រុយអរតូណរមេតាមករណីនីមួយៗដូចខាងក្រោម ។

ក. $A(5,8)$ និង $B(5,12)$ ខ. $A(-5,2)$ និង $B(-5,14)$ ។

13. ប្រើរូបមន្តកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាលអង្កត់ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ក្នុងករណីនីមួយៗដូចខាងក្រោម ។

ក. $A(-3,-5)$ និង $B(7,-5)$ ខ. $A(-8,-6)$ និង $B(4,2)$

គ. $A(3t+5,-7)$ និង $B(t+7,7)$, $(t\neq 1)$ ឃ. $A(a,b)$ និង $B(a,c)$ ។

14. ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាល M នៃអង្កត់រវាងពីរចំណុច $A(-3,-1)$ និង $B(5,7)$ ។ ចូរគណនាប្រវែង AM និង BM ។

15. គេឱ្យ $M(1,-2)$ ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ $[AB]$ ដែល $A(-2,2)$ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច B ។

16. រង្វង់មួយមានផ្ចិត $F(-2,6)$ ។ អង្កត់ផ្ចិតរង្វង់នេះមានចំណុចចុងមួយត្រង់ $V(3,8)$ ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច T ដែលជាចំណុចចុងម្ខាងទៀតនៃអង្កត់ផ្ចិត $[TV]$ រួចសង់រង្វង់នេះ ។

17. កូអរដោនេនៃកំពូលប្រលេឡូក្រាមមួយស្មើ $(1,1)$; $(2,-3)$; $(-3,-1)$ និង$(-2,-5)$ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ទ្រូងទាំងពីរ ។ តើគេអាចសន្និដ្ឋានបានយ៉ាងដូចម្ដេច ?

18. ចតុកោណមួយមានកំពូល $E(5,3)$; $F(5,-5)$; $G(-3,-3)$ និង $H(-1,5)$ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុចកណ្ដាល A, B, C និង D នៃជ្រុង $[EF]$; $[FG]$; $[GH]$ និង $[EH]$ ។ តើចតុកោណ $ABCD$ មានរាងជាអ្វី ?

19. ចតុកោណកែងមួយកំណត់ដោយចំណុច $A(3\ ,2)$; $B(9\ ,2)$; $C(9\ ,6)$ និង $D(3\ ,6)$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចតុកោណដែលកំណត់ដោយចំណុចកណ្តាលនៃជ្រុងទាំងបួនរបស់ចតុកោណកែងខាងលើជាចតុកោណស្មើ ។

20. ចតុកោណមួយមានកំពូល $P(-3\ ,-2)$; $Q(-1\ ,5)$; $R(3\ ,1)$ និង $S(5\ ,-4)$ ។ បើ A, B, C និង D ជាចំណុចកណ្តាលរៀងនៃជ្រុង $[PQ]$; $[QR]$; $[RS]$ និង $[SP]$ ។ ចូរបង្ហាញថា $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

21. គេមានអង្កត់ $[P_1P_2]$ ដែល $P_1(x_1\ ,\ y_1)$ និង $P_2(x_2\ ,\ y_2)$ ។ ចូរគណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A និង B ជាចំណុចដែលចែកអង្កត់ $[P_1P_2]$ ជាបីផ្នែកស្មើៗគ្នា ។

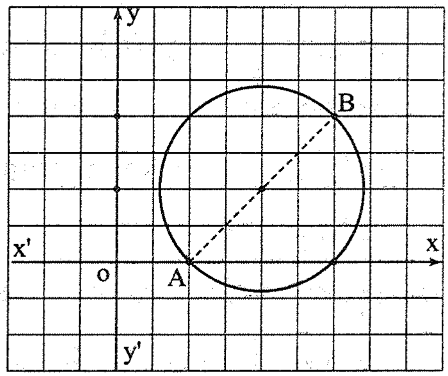
22. គេមានចំណុច $P_1(x_1\ ,\ y_1)$, $P_m\left(\frac{x_1+x_2}{2}\ ;\ \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ និង $P_2(x_2\ ,\ y_2)$ ។

ចូរបង្ហាញថា $P_1P_m + P_mP_2 = P_1P_2$ ។

23. គេឱ្យ $A(1\ ,\ 0)$ និង $B(3\ ,\ 2)$ រួចសង់រង្វង់ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត AB ។

ក. ចូររកកូអរដោនេនៃផ្ចិតរង្វង់ដែលតាងដោយចំណុច I ។

ខ. M ជាចំណុចមួយដែលមានកូអរដោនេ $\left(\frac{5}{2}\ ,\ y\right)$ ចូរកំណត់ y ដើម្បីឱ្យ M ឋិតនៅលើរង្វង់រួចបញ្ជាក់តើ M មានទីតាំងប៉ុន្មាន ?



មេរៀនទី

10 សមីការនៃបន្ទាត់

វត្ថុបំណង

- សង់បន្ទាត់នៃសមីការ $y = ax+b$ ។
- រកសមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុច ។
- រកសមីការនៃបន្ទាត់ដែលស្រប ឬកែងនឹងបន្ទាត់មួយទៀត ។
- អនុវត្តសមីការនៃបន្ទាត់ ។

1. ការសង់បន្ទាត់

1.1. ការសង់បន្ទាត់តាមតារាងតម្លៃលេខ

ឧទាហរណ៍ទី1 : សមីការ $y = 2x+1$ ជាសមីការដែលមានពីរអញ្ញាត

បើគេជំនួស $x = 0$, $y = 1$ ក្នុងសមីការនោះ $1 = 2\times 0+1$ គេបាន $1 = 1$

គេថា $(0\ ;\ 1)$ ជាគូចម្លើយនៃសមីការ

ដូចគ្នានេះដែរ ចំពោះ $x = 1$, $y = 3$ $3 = 2\times 1+1$ គេបាន $3 = 3$

តាមវិធីនេះ ឃើញថាសមីការមានគូចម្លើយរាប់មិនអស់

គូចម្លើយបកស្រាយដោយតារាងតម្លៃលេខ

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	-3	-1	1	3	5	7

តាមតារាងតម្លៃលេខនេះគេសំគាល់ឃើញថាតម្លៃ y ប្រែប្រួលទៅតាមតម្លៃ x

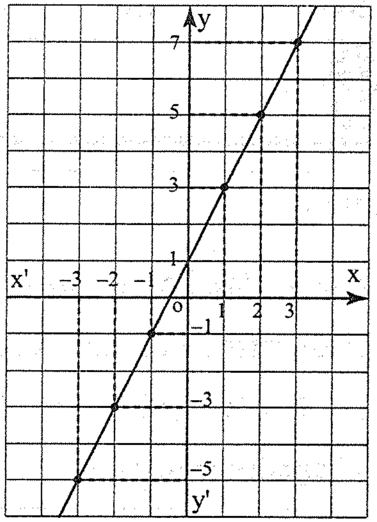
បម្រែបម្រួលនៃ x $3-2 = 2-1 = 1-0 = 0-(-1) = 1$

បម្រែបម្រួលនៃ y $7-5 = 5-3 = 3-1 = 1-(-1) = 2$

មានន័យថាបើ x កើន 1 ឯកតា នោះ y កើន 2 ឯកតាជានិច្ច

គេអាចបកស្រាយគូចម្លើយនៃសមីការដោយបន្ទាត់
គេដៅចំណុច $(-3\ ,\ -5)$, $(-2\ ,\ -3)$, $(-1\ ,\ -1)$, $(0\ ,\ 1)$, $(1\ ,\ 3)$, $(2\ ,\ 5)$, $(3\ ,\ 7)$ ។

នៅក្នុងប្លង់នៃប្រព័ន្ធកូអរដោនេ ចម្លើយនៃសមីការជាបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចទាំងនេះ ។



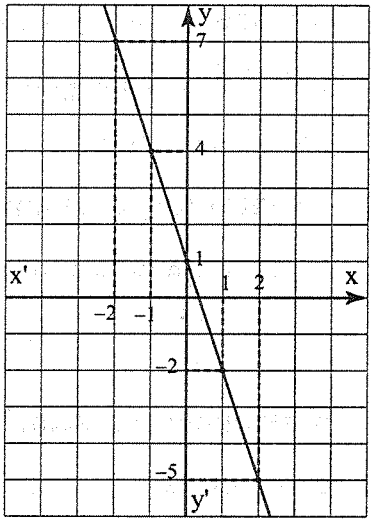
ហើយផលធៀប $\dfrac{\text{បម្រែបម្រួលនៃ } y}{\text{បម្រែបម្រួលនៃ } x} = \dfrac{2}{1}$ ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $y = 2x + 1$

- សញ្ញាវិជ្ជមាននៃមេគុណប្រាប់ទិសឱ្យដឹងថាតម្លៃ y កើន កាលណាតម្លៃ x កើន
- ចំនួន $\frac{2}{1}$ ឱ្យដឹងថា បើ x កើន 1ឯកតានោះ y នឹងកើន 2ឯកតា ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : សង់ក្រាបនៃសមីការ $y = -3x + 1$
ដោយឱ្យតម្លៃលេខនៃ x យកពី -2 , -1 , 0 , 1 , 2
គេបានតារាងខាងក្រោម ។

x	-2	-1	0	1	2
y	7	4	1	-2	-5

បម្រែបម្រួលនៃ x ស្មើនឹង 1
បម្រែបម្រួលនៃ y ស្មើនឹង -3
មានន័យថាបើ x កើន 1 ឯកតា
នោះ y នឹងថយចុះ 3 ឯកតា



$$\frac{\text{បម្រែបម្រួលនៃ } y}{\text{បម្រែបម្រួលនៃ } x} = \frac{-3}{1}$$ ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ $y = -3x + 1$

- សញ្ញាអវិជ្ជមាននៃមេគុណប្រាប់ទិសឱ្យដឹងថា តម្លៃ y ចុះ កាលណាតម្លៃ x កើន
- ចំនួន $-\frac{3}{1}$ ឱ្យដឹងថា បើ x កើន 1ឯកតានោះ y នឹងថយចុះ 3ឯកតា ។

ឧទាហរណ៍ទី3 : រកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $A(-2\ ,\ 1)$, $B(3\ ,\ 4)$

ក្នុងករណីនេះគេគណនាបម្រែបម្រួលនៃ x និង y

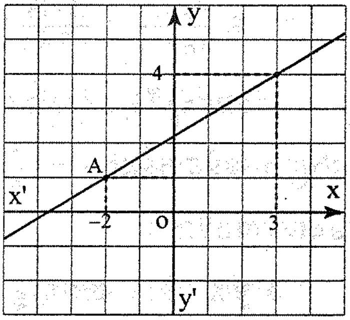
បម្រែបម្រួលនៃ x គឺ $x_B - x_A = 3-(-2) = 5$

បម្រែបម្រួលនៃ y គឺ $y_B - y_A = 4-1 = 3$

$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3}{5}$ ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ AB ។

ជាទូទៅ :

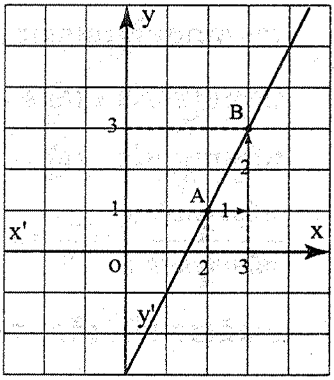
- បន្ទាត់មានសមីការ $y = ax+b$ ដែល a ជាមេគុណប្រាប់ទិស
- មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $A(x_1\ y_1)$, $B(x_2\ y_2)$ កំណត់ដោយ $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ។



លំហាត់គំរូទី1 : ចូរសង់បន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $A(2\ ,\ 1)$ ហើយមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង 2 ។

ចម្លើយ : ដំបូងគេសង់ចំណុច $A(2\ ,\ 1)$

បន្ទាត់មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង 2 មានន័យថា បើ x កើន 1ឯកតា នោះ y នឹងកើន 2ឯកតា ។ គូសមួយឯកតាចេញពី A តាមទិស ox បន្ទាប់មកគូសឡើងលើ 2ឯកតាតាមទិស oy ។ គេបានចំណុចមួយ B បន្ទាត់ដែលត្រូវសង់កាត់តាមចំណុច A និង B ។

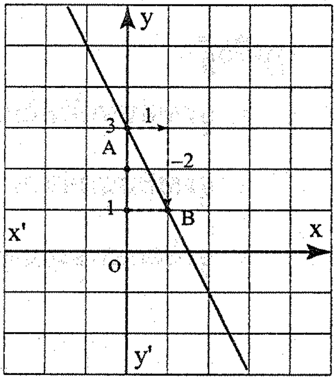


លំហាត់គំរូទី2 : ចូរសង់បន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $A(0\ ,\ 3)$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិស $-\frac{1}{2}$

ចម្លើយ : ដំបូងគេសង់ចំណុច $A(0\ ,\ 3)$

មេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង $-\frac{1}{2}$ មានន័យថាបើ x កើន 1 ឯកតា នោះ y នឹងថយចុះ 2ឯកតា ។

គូសមួយឯកតាចេញពី A តាមទិស ox បន្ទាប់មកគូសចុះក្រោម 2ឯកតាតាមទិស oy' ។



គេបានចំណុច B បន្ទាត់ដែលត្រូវសង់កាត់តាមចំណុច A និង B ។

លំហាត់គំរូទី3 : ចូរកំណត់មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុចដូចខាងក្រោម

ក. ពីរចំណុច $A(-4\ ,\ -1)$, $B(0\ ,\ -5)$

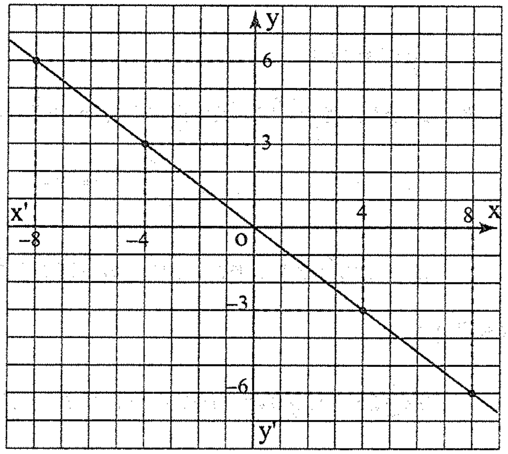
ខ. ពីរចំណុច $C(7\ ,\ 8)$, $D(-2\ ,\ 5)$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{(-5)-(-1)}{0-(-4)} = \dfrac{-5+1}{4} = \dfrac{-4}{4} = -1$

ខ. $\dfrac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \dfrac{5-8}{-2-7} = \dfrac{-3}{-9} = \dfrac{1}{3}$ ។

លំហាត់គំរូទី4 : ចូរសង់តារាងតម្លៃលេខនិងតាងក្រាបនៃទំនាក់ទំនង $y = -\frac{3}{4}x$ រួចបកស្រាយមេគុណប្រាប់ទិស ។



ចម្លើយ : ឱ្យ x យកតម្លៃ

-8 , -4 , 0 , 4 , 8 រួចរកតម្លៃ ។

x	-8	-4	0	4	8
y	-6	3	0	-3	-6

តាមតារាងតម្លៃលេខខាងលើ

បម្រែបម្រួលនៃ x ស្មើ $8 - 4 = 4$

បម្រែបម្រួលនៃ y ស្មើ $-6-(-3) = -3$

$\dfrac{\textbf{បម្រែបម្រួលនៃ } x}{\textbf{បម្រែបម្រួលនៃ } y} = \dfrac{-3}{4} < 0$

មានន័យថាបើ x កើន 4ឯកតា នោះ y នឹងថយចុះ 3ឯកតា ឬ x ថយ 4ឯកតា នោះ y នឹងកើន 3ឯកតា ។

ប្រតិបត្តិ :

1. ចូរសង់បន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y = -\dfrac{x}{2}$
2. ចូរសង់បន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $A(0\ ,\ 1)$ និងមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ $-\dfrac{1}{3}$
3. ចូរគណនាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $A(-2\ ,\ 0)$ និង $B(-1\ ,\ 4)$ ។

1.2. ការសង់បន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច

គេដឹងថាបន្ទាត់មួយកាត់តាមពីរចំណុច ដើម្បីងាយដៅចំណុចគេកំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចដែលបន្ទាត់កាត់អ័ក្ស $x'x$ និងអ័ក្ស $y'y$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 1 : សង់បន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y = -2x+4$ ។ បន្ទាត់កាត់អ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ចំណុច

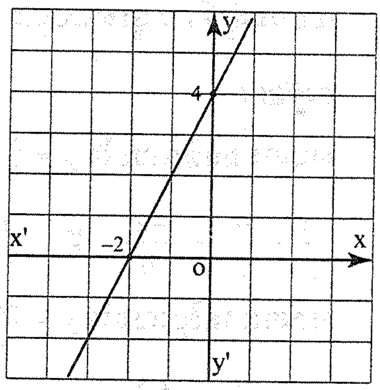
ឱ្យ $x = 0$, $y = 2\times0+4 = 4$, $(0\ ,\ 4)$

បន្ទាត់កាត់អ័ក្ស $x'x$ ត្រង់ចំណុច

ឱ្យ $y = 0$, $2x+4 = 0$, $x = -2$, $(-2\ ,\ 0)$

គេបានតារាងតម្លៃលេខ

x	0	-2
y	4	0



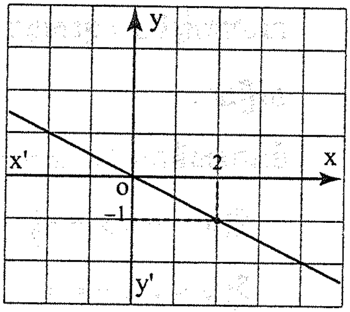
ឧទាហរណ៍ទី 2 : សង់បន្ទាត់ដែលមាន-សមីការ $y = \frac{-x}{2}$ ។

បើ $x = 0$, $y = 0$ បន្ទាត់កាត់តាមគល់ 0

ក្នុងករណីនេះគេដៅយកតែចំណុចមួយទៀតដោយឱ្យ $x = 2$, $y = -1$

គេបានតារាងតម្លៃលេខ

x	0	2
y	0	-1



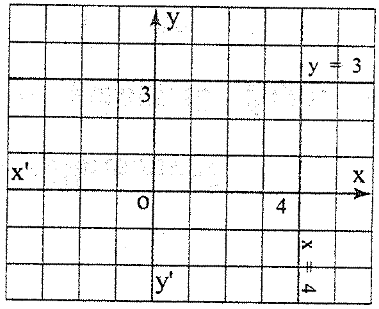
ជាទូទៅ :

- បន្ទាត់មានសមីការ $y = ax+b$ កាត់អ័ក្ស $y'y$ និង $x'x$
- បន្ទាត់មានសមីការ $y = ax$ កាត់តាមគល់ 0

គេក៏មានបន្ទាត់ដែលមានសមីការ $x = 4$ និង $y = 3$

$x = 4$ ជាបន្ទាត់ដែលស្របនឹងអ័ក្ស $y'y$ ហៅថា បន្ទាត់ឈរ ។

$y = 3$ ជាបន្ទាត់ដែលស្របនឹងអ័ក្ស $x'x$ ហៅថា បន្ទាត់ដេក ។

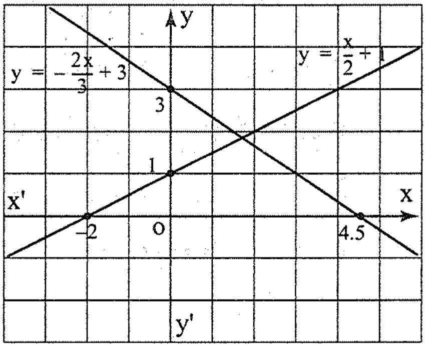


ជាទូទៅ : $x = h$ ជាបន្ទាត់ឈរ (បន្ទាត់ស្របអ័ក្ស oy ហើយកាត់អ័ក្ស ox ត្រង់ $x = h$) ។

$y = k$ ជាបន្ទាត់ដេក (បន្ទាត់ស្របអ័ក្ស ox ហើយកាត់អ័ក្ស oy ត្រង់ $y = k$) ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរសង់បន្ទាត់ $y = \frac{x}{2} + 1$ និង $y = \frac{-2x}{3} + 3$ ក្នុងប្លង់តែមួយ ។

ចម្លើយ :



សង់តារាងតម្លៃលេខនៃ $y = \frac{x}{2} + 1$

x	0	-2
y	1	0

ឬ

x	0	2
y	1	2

សង់តារាងតម្លៃលេខនៃ $y = \frac{-2x}{3} + 3$

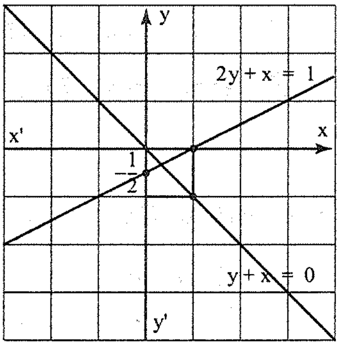
x	0	4.5
y	3	0

ឬ

x	0	3
y	3	1

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរសង់បន្ទាត់ $2y + x = 1$ និង $y + x = 0$ ក្នុងប្លង់តែមួយ ។

ចម្លើយ :



ចំពោះសមីការ $3y + x = 1$

ឱ្យ $x = 0$, $y = -\frac{1}{2}$

ឱ្យ $y = 0$, $x = 1$

x	0	1
y	$-\frac{1}{2}$	0

ចំពោះសមីការ $y + x = 0$

ឱ្យ $x = 0$, $y = 0$

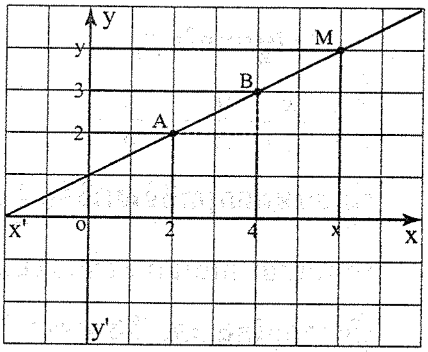
ឱ្យ $x = 1$, $y = -1$

x	0	1
y	0	-1

ប្រតិបត្តិ : ចូរសង់បន្ទាត់ $y = \frac{-x + 4}{2}$, $y = 2$ និង $x = 4$ ក្នុងប្លង់តែមួយ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណដែលខណ្ឌដោយបន្ទាត់ទាំងបីនេះ ។

2. សមីការនៃបន្ទាត់

2.1. សមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច



ឧទាហរណ៍ : សង់ពីរចំណុច $A(2\ ,\ 2)\ ,\ B(4\ ,\ 3)$

រួចកំណត់រកសមីការនៃបន្ទាត់នោះ ។

បើ $M(x\ ,\ y)$ ជាចំណុចមួយនៃបន្ទាត់ AB នោះ

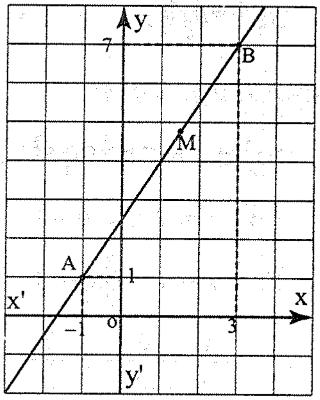
បន្ទាត់ AB និង BM មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា

មេគុណប្រាប់ទិសនៃ AB : $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-2}{4-2} = \frac{1}{2}$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃ BM : $\frac{y-3}{x-4}$

យើងបាន $\frac{y-3}{x-4} = \frac{1}{2}$, $2(y-3) = x-4$, $2y-6 = x-4$, $2y = x+2$, $y = \frac{x}{2}+1$

លំហាត់គំរូ : ចូររកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(-1\ ,\ 1)\ ,\ B(3\ ,\ 7)$ ។



ចម្លើយ : តាង $M(x\ ,\ y)$ ជាចំណុចនៃបន្ទាត់ AB

បន្ទាត់ AB និង AM មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_M - y_A}{x_M - x_A}$$

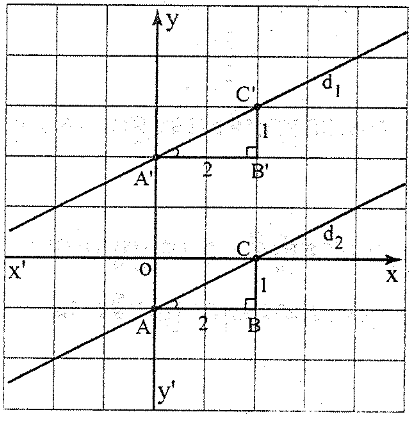
$$\frac{7-1}{3-(-1)} = \frac{y-1}{x-(-1)}$$

$$\frac{6}{4} = \frac{y-1}{x+1}$$

$4(y-1) = 6(x+1)$, $4y-4 = 6x+6$, $y = \frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$

ប្រតិបត្តិ : ចូររកសមីការបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុច $(-2\ ,\ 7)\ ,\ (-2\ ,\ 7)$ ។

2.2. លក្ខខណ្ឌនៃបន្ទាត់ស្រប



ឧទាហរណ៍ : សង់បន្ទាត់ពីរដែលមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា

$d_1 : y = \frac{x}{2}+2$ និង $d_2 : y = \frac{x}{2}-1$

តារាងតម្លៃលេខនៃ d_1

x	0	-4
y	2	0

តារាងតម្លៃលេខនៃ d_2

x	0	2
y	-1	0

ដោយមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង $\frac{1}{2}$ ដូចគ្នា

មានន័យថាកាលណា x កើន 2 នោះ y និងកើន 1 ។

ត្រីកោណកែង ABC និង $A'B'C'$ ប៉ុនគ្នា

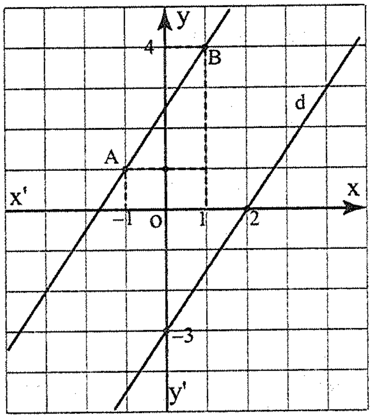
វិបាក : $\angle C'A'y = \angle CAy$ នាំឱ្យ $d_1 \ // \ d_2$

ហេតុនេះ បន្ទាត់ d_1 និង d_2 មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នាជាបន្ទាត់ស្របគ្នា ។

> ***ជាទូទៅ :*** $d_1 : y = ax + b$, $d_2 : y = a'x + b'$
>
> $d_1 \ // \ d_2$ លុះត្រាតែ $a = a'$

លំហាត់គំរូទី 1 : $d : y = \frac{3}{2}x - 3$ និងដៅពីរចំណុច $A(-1 \ , \ 1)$ និង $B(1 \ , \ 4)$ ។

ចូរបញ្ជាក់ថា $d \ // \ AB$ ។



ចម្លើយ : តារាងចំណុចនៃ d

ឱ្យ $x = 0$, $y = -3$

$y = 0$, $\frac{3}{2}x = 3$, $x = 2$

x	0	2
y	-3	0

មេគុណប្រាប់ទិសនៃ AB

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-1}{1-(-1)}$$

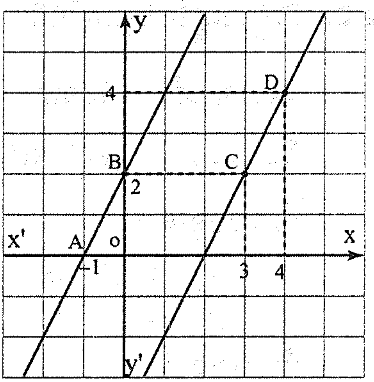
$$= \frac{3}{2}$$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ AB ស្មើនឹងមេគុណប្រាប់ទិសនៃ d នាំឱ្យ $AB \ // \ d$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេឱ្យបួនចំណុច $A(-1 \ , \ 0)$, $B(0 \ , \ 2)$, $C(3 \ , \ 2)$, $D(4 \ , \ 4)$

ចូរគណនាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ AB និង CD ហើយបញ្ជាក់ថាវាជាបន្ទាត់ស្របគ្នា ។

ចម្លើយ :



បើ a ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ AB

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2-0}{0-(-1)} = \frac{2}{1} = 2$$

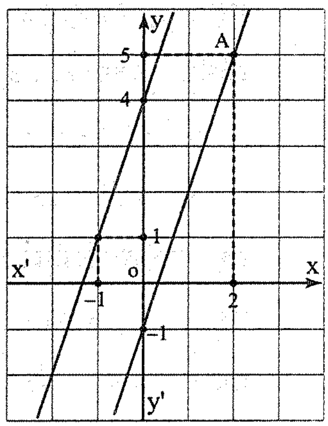
បើ a' ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ CD

$$a = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{4-2}{4-3} = \frac{2}{1} = 2$$

$a = a' = 2$ បញ្ជាក់ថា $AB \parallel CD$ ។

លំហាត់គំរូទី3 : ចូររកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាម $A(2\ ,\ 5)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $d : y = 3x+4$ រួចសង់បន្ទាត់ទាំងពីរនេះ ។

ចម្លើយ : តាង $M(x\ \ y)$ ឋិតនៅលើបន្ទាត់ដែលកាត់តាម A



បើ $d \parallel AM$ នោះមេគុណប្រាប់ទិសស្មើគ្នា

$$\frac{y-5}{x-2} = 3\ ,\ y-5 = 3(x-2)\ ,\ y = 3x-1$$

ការសង់បន្ទាត់ទាំងពីរ :

បន្ទាត់ $d : y = 3x+4$ កាត់អ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ $x = 0\ ,\ y = 4$

គេអាចសង់ចំណុចមួយទៀតដោយឱ្យ $x = -1\ ,\ y = 1$

ព្រោះចំណុចកាត់អ័ក្ស $x'x$ ជាប្រភាគ $-\frac{4}{3}$

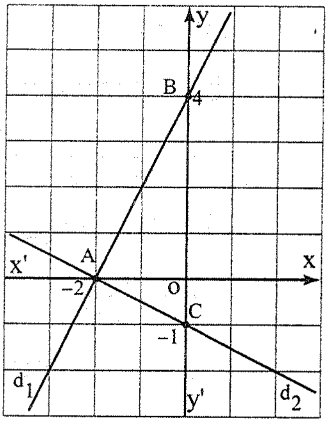
ចំពោះបន្ទាត់ $AM : y = 3x-1$ វាកាត់អ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ $x = 0\ ,\ y = -1$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចមួយ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់មួយទៀត ។

ក. កាត់តាមចំណុច $(0\ ,\ 0)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $y = 3x-1$

ខ. កាត់តាមចំណុច $(6\ ,\ 3)$ ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $x-3y = 9$ ។

2.3. លក្ខខណ្ឌនៃបន្ទាត់កែង



ឧទាហរណ៍ : សង់បន្ទាត់ $d_1 : y = 2x+4$

និង $d_2 : y = -\frac{1}{2}x-1$ ហើយបញ្ជាក់ថាវាជាបន្ទាត់កែងគ្នា ។

ចំពោះបន្ទាត់ d_1

x	0	−2
y	4	0

ចំពោះបន្ទាត់ d_2

x	0	−2
y	−1	0

បន្ទាត់ d_1 កាត់អ័ក្ស $x'x$ ត្រង់ A ហើយកាត់អ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ B

បន្ទាត់ d_2 កាត់អ័ក្ស $x'x$ ត្រង់ A ហើយកាត់អ័ក្ស $y'y$ ត្រង់ C

ដើម្បីបញ្ជាក់ថា $d_1 \perp d_2$ នោះគេត្រូវមាន $BC^2 = AB^2+AC^2$

$AC^2 = 1^2+2^2 = 5$, $AB^2 = 2^2+4^2 = 5+16 = 20$

$BC^2 = 5^2 = 25$, $25 = 20+5$ បញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $d_1 \perp d_2$

គេអាចសំគាល់លើមេគុណប្រាប់ទិសរបស់បន្ទាត់ d_1 និង d_2

បន្ទាត់ $d_1 : y = 2x+4$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a = 2$

បន្ទាត់ $d_2 : y = -\frac{1}{2}x-1$ មានមេគុណប្រាប់ទិស $a' = -\frac{1}{2}$

ផលគុណមេគុណប្រាប់ទិស $a' \times a = 2\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$ ។

> ***ជាទូទៅ :*** បន្ទាត់ពីរ $y = ax+b$ និង $y = a'x+b'$ កែងគ្នាកាលណា $aa' = -1$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូររកតម្លៃ a ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ $y = ax+3$ និង $y-2x = 1$ កែងគ្នា ។

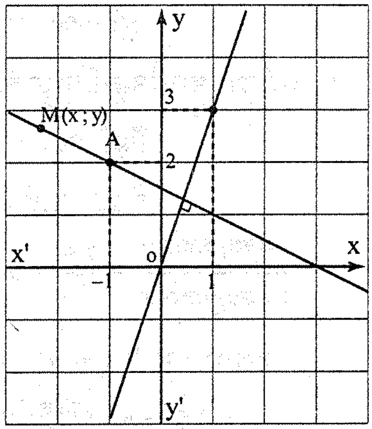
ចម្លើយ : បន្ទាត់ $y-2x = 1$ អាចសរសេរ $y = 2x+1$ វាកែងនឹងបន្ទាត់ $y = ax+3$

លុះត្រាតែផលគុណនៃមេគុណប្រាប់ទិសទាំងពីរស្មើនឹង -1

$2 \times a = -1$, $a = -\frac{1}{2}$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(-1\ ;\ 2)$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $y = 3x$ ។

ចម្លើយ : $M(x\ y)$ ជាចំណុចមួយនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាម A ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $y = 3x$



បន្ទាត់ពីរកែងគ្នាកាលណាផលគុណនៃមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង -1 ។

$$\frac{y-2}{x+1}\times 3 = -1 \quad , \quad \frac{3(y-2)}{x+1} = -1$$

$$3(y-2) = -x-1 \quad , \quad 3y-6 = -x-1$$

$$y = \frac{-x}{3}+\frac{5}{3} \text{ ។}$$

លំហាត់គំរូទី 3 : គេឱ្យបីចំណុច $A(0\ ,\ 3)$, $B(2\ ,\ 0)$ និង $C\left(4\ ,\ \frac{17}{3}\right)$ ។

ចូរបញ្ជាក់ថា $AB \perp AC$ ។

ចម្លើយ : AB មានមេគុណប្រាប់ទិស $\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A} = \frac{-3}{2}$

AC មានមេគុណប្រាប់ទិស $\frac{y_C-y_A}{x_C-x_A} = \frac{\frac{17}{3}-3}{4-0} = \frac{2}{3}$

$\left(-\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = -1$ នាំឱ្យ $AB \perp AC$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូររកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុចមួយ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់មួយទៀត

ក. កាត់តាម $A(2\ ,\ -1)$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $2y-x-1 = 0$

ខ. កាត់តាម $A\left(\frac{-1}{2}\ ,\ 0\right)$ ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ $y = 2x$ ។

3. អនុវត្តន៍

ក្នុងជីវភាពរស់នៅគេនិយមប្រើសមីការបន្ទាត់ដើម្បីប៉ាន់ស្មាននូវចំណូលនិងចំណាយក្នុងជំនួញ ឬបម្រែបម្រួលនៃបាតុភូតអ្វីមួយ ។

ឧទាហរណ៍ : ចាប់ពីឆ្នាំ 1994 ដល់ 1999 ការចំណាយរបស់សាលាក្រុងបានកើនពី 2.3 ពាន់លាន ដល់ 4.8 ពាន់លានរៀល ។ គេអាចបកស្រាយទិន្នន័យខាងលើជាសមីការដែលទាក់ទងទៅនឹងប្រាក់ចំណាយតាមឆ្នាំនីមួយៗ ។

- គេប្រើ x តាងឱ្យឆ្នាំ 1994 1995 1996 1997 1998 1999 ដោយ 1994 ជាឆ្នាំចាប់ផ្ដើម គេកំណត់ឆ្នាំ 1994 ជាឆ្នាំដែលត្រូវនឹង $x = 0$ ហើយឆ្នាំ 1999 ជាឆ្នាំដែល $x = 5$

• គេប្រើ y តាងប្រាក់ចំណាយ

ឆ្នាំ 1994 ជាឆ្នាំដែលត្រូវនឹងប្រាក់ចំណាយ $y = 2.3$

ឆ្នាំ 1999 ជាឆ្នាំដែលត្រូវនឹងប្រាក់ចំណាយ $y = 4.8$

• បម្រែបម្រួលនៃឆ្នាំនិងប្រាក់ចំណាយ

ពីឆ្នាំ 1994 ដល់ 1999 ជាបម្រែបម្រួលនៃ x $5 - 0 = 5$

ពី 2.3 ដល់ 4.8 ជាបម្រែបម្រួលនៃ y $4.8 - 2.3 = 2.5$

$\frac{\text{បម្រែបម្រួលនៃ } y}{\text{បម្រែបម្រួលនៃ } x} = \frac{2.5}{5} = 0.5$ ជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃសមីការ

• សមីការមានរាង $y = ax + b$ ដែល $a = 0.5$

$y = 0.5x + b$ ដើម្បីកំណត់ b គេត្រូវឱ្យ $x = 0$

បើ ប្រាក់ចំណាយនៅឆ្នាំ 1994 គឺ $y = 2.3$ ដូចនេះ $2.3 = 0.5 \times 0 + b$, $b = 2.3$

សរុបមកគេបានសមីការ $y = 0.5x + 2.3$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : បើ $x = 0$, $y = 2.3$ ត្រូវនឹងការចំណាយនៃឆ្នាំ 1994

បើ $x = 5$, $y = 0.5 \times 5 + 2.3 = 4.8$ ត្រូវនឹងការចំណាយនៃឆ្នាំ 1999

របៀបសង់ក្រាប

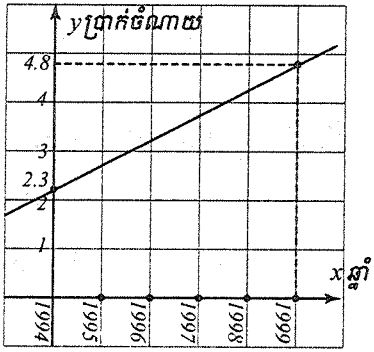
• ឆ្នាំតាងដោយអ័ក្ស $x'x$

• ប្រាក់ចំណាយតាងដោយអ័ក្ស $y'y$

នៅឆ្នាំ 1994 , $x = 0$, $y = 3.2$

នៅឆ្នាំ 1999 , $x = 5$, $y = 4.8$

បន្ទាត់កាត់តាមពីរចំណុចខាងលើ ។



លំហាត់គំរូ : ថាសចម្រៀងដ៏ល្បីមួយបានផ្ដើមលក់ពីខែមករា បន្ទាប់ពីលក់បានច្រើននៅខែមករានោះមក ថាសនេះនៅតែលក់បានជាបន្តបន្ទាប់ទៅតាមខែនីមួយៗ ដោយអត្រា 500 ថាសក្នុងមួយខែរហូតដល់នៅដំណាច់ខែធ្នូនាឆ្នាំដដែល គេសរុបឃើញលក់បាន 9 700 ថាស ។

ក. ចូរសរសេរសមីការដែលតាងឱ្យការលក់ថាសតាមខែនីមួយៗ ។

ខ. ចូររកចំនួនថាសដែលលក់នៅខែមករា ។

គ. គិតត្រឹមខែសីហា គេលក់ជាក់ស្ដែងបានតែថាសសរុប 7 600 តើចំនួនលក់ជាក់ស្ដែងមានលំអៀងជាមួយចំនួនថាសដែលគណនាតាមសមីការប៉ុន្មាន ?

ចម្លើយ :

ក. សរសេរសមីការដែលមាន x និង y

- តាង x ជាខែ

ខែមករាត្រូវនឹង $x = 0$ ហើយខែធ្នូត្រូវនឹង $x = 11$

- តាង y ជាចំនួនថាសដែលបានលក់

$y = 9\ 700$ ត្រូវនឹង $x = 11$

- អត្រា 500 ថាសក្នុងមួយខែជាមេគុណប្រាប់ទិស

- សមីការ មានរាង $y = ax + b$, $y = 500x + b$ រកតម្លៃ b

ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ

$x = 11$, $y = 9\ 700$, $9\ 700 = 500 \times 11 + b$, $b = 4\ 200$

ដូចនេះ សមីការសរសេរ $y = 500x + 4\ 200$ ។

ខ. ចំនួនលក់នៅខែមករា

ខែមករាត្រូវនឹង $x = 0$

$x = 0$, $y = 500 \times 0 + 4\ 200 = 4\ 200$ ។

គ. ប្រៀបធៀបការលក់ជាក់ស្តែងនិងការលក់តាមសមីការត្រឹមខែសីហា

ការលក់តាមសមីការ $x = 7$, $y = 500 \times 7 + 4\ 200 = 7\ 700$ (ខែសីហាជាខែដែលត្រូវនឹង $x = 7$)

ការលក់ជាក់ស្តែង $y = 7\ 600$

លំអៀង $7\ 700 - 7\ 600 = 100$ ថាស

មានន័យថាចំនួនថាសដែលប៉ាន់ស្មានដោយសមីការលើសពីការលក់ជាក់ស្តែង100ថាស ។

ប្រតិបត្តិ : នៅម៉ោង 12ថ្ងៃត្រង់កំដៅមានសីតុណ្ហភាព 40° ។ សីតុណ្ហភាពនេះនឹងចុះវិញក្នុងអត្រា 2° ក្នុងមួយម៉ោង ។ តើនៅម៉ោងប៉ុន្មានទើបមានសីតុណ្ហភាពស្មើនឹង 26° ។

លំហាត់

1. ចូរសង់បន្ទាត់ដែលកាត់តាមមួយចំណុចនិងមានមេគុណប្រាប់ទិស

ក. $a = 2$, $(-4 , 1)$ ខ. $a = -\frac{2}{3}$, $(1 , 5)$ ។

2. ចូររកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុច

ក. $(3 , 1)$, $(5 , 4)$ ខ. $(3 , 0)$, $(-3 , -6)$

គ. $(-2 , -1)$, $(-4 , -4)$ ឃ. $(1 , 4)$, $(4 , -2)$ ។

3. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ដែលកាត់តាមពីរចំណុច

ក. $(-6 , 1)$, $(6 , -2)$ ខ. $(3 , -4)$, $(-9 , 2)$

គ. $(2 , 0)$, $(1 , -8)$ ឃ. $(-4.2 , -4)$, $(-2.2 , 6)$

ង. $(2.5 , -1)$, $(0.5 , 1)$ ច. $(0 ; 5)$, $(3 , -2.5)$ ។

4. ការរីកចម្រើននៃផ្នែកឧស្សាហកម្មនិងសេវាកម្មនានាបានបណ្តាលឱ្យចំនួនកសិករថយចុះជាលំដាប់ទៅតាមអត្រា 0.8% ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ បើកសិករមានចំនួន 80% នៅឆ្នាំ 2000 ចូររកសមីការដែលទាក់ទងទៅនឹងភាគរយនៃកសិករដែលបានថយចុះទៅតាមឆ្នាំ ។ ប្រើសមីការនេះដើម្បីប៉ាន់ស្មានរកចំនួនកសិករនៅឆ្នាំ 2008 ។

5. ការយល់ដឹងអំពីគ្រោះថ្នាក់នៃបារី បណ្តាលឱ្យចំនួនអ្នកជក់បានថយចុះចាប់ពីឆ្នាំ 1992 មក ។ បើអ្នកជក់មានចំនួន 38% នៅឆ្នាំ 1992 ហើយចំនួននេះបានថយចុះមកត្រឹម 15.5% នៅឆ្នាំ 2007 ។ ចូររកសមីការដែលទាក់ទងនឹងចំនួនអ្នកជក់និងចំនួនឆ្នាំ ។

6. សរសេរសមីការនិងសង់បន្ទាត់ដែលមានមេគុណប្រាប់ទិស m ហើយកាត់តាមចំណុច P រួចរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់និងអ័ក្ស ។

ក. $m = 1$, $P(0 , 2)$ ខ. $m = -1$, $P(1 , 0)$ គ. $m = -2$, $P(3 , -1)$

ឃ. $m = \frac{3}{5}$, $P(-1 , -4)$ ង. $m = 0$, $P(2 , 1)$ ច. $m = -\frac{3}{2}$, $P(0 , 3)$ ។

7. ក្នុងចំណោមបន្ទាត់បីខាងក្រោម តើមួយណាស្របគ្នា ?

ក. $2x + 3y = -11$ ខ. $4x + 8y - 1 = 0$ គ. $y = -\frac{2}{3}x + 1$ ។

8. ចូររកមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់តាងសមីការខាងក្រោម រួចប្រាប់ថាតើគូសមីការណាខ្លះដែលមានបន្ទាត់ស្របគ្នា ។

ក. $y = x+4$, $x-y+5 = 0$ ខ. $y = 2x-3$, $x+2y+1 = 0$

គ. $3x-y+4 = 0$, $y-2 = 3(x+1)$ ឃ. $2y = 5x+6$, $5x+2y-1 = 0$ ។

9. តើគូសមីការណាខ្លះដែលមានបន្ទាត់កែងគ្នា ?

ក. $y = 3x+1$, $y = -\frac{1}{3}x$

ខ. $y = 2x+5$, $x-2y+6 = 0$

គ. $y = 5x-4$, $x+5y-1 = 0$ ។

10. ចូរកំណត់សមីការបន្ទាត់ដែលស្របនឹង

ក. $y = 3x-4$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(5\ ,\ 1)$

ខ. $3x-2y+5 = 0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(-2\ ,\ 4)$

គ. $2x+2y+9 = 0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $\left(-\frac{5}{3}\ ,\ 0\right)$

ឃ. $x-5y+6 = 0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(0\ ,\ 0)$ ។

11. ចូរកំណត់សមីការបន្ទាត់កែងនឹង

ក. $y = \frac{1}{2}x+4$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(5\ ,\ 0)$

ខ. $x-y+5 = 0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(0\ ,\ 0)$

គ. $8x+3y+1 = 0$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(-1\ ,\ 4)$

ឃ. $y = -x+6$ ហើយកាត់តាមចំណុច $\left(-4\ ,\ -\frac{2}{3}\right)$ ។

12. ក. ចូរកំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ d_1 កាត់តាមចំណុច $A(-3\ ,\ 5)$ ដែលមានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង -2 រួចសង់បន្ទាត់នេះ ។

ខ. គេមានសមីការបន្ទាត់ $d_2 : y = (m-1)x+2$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ d_2 ស្រប d_1 ។ តើមានតម្លៃ m ដែលឱ្យ d_2 កែងនឹង d_1 ឬទេ ? ចូរសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ត្រូវនឹងតម្លៃ m នីមួយៗ រួចសង់បន្ទាត់ទាំងនោះ ។

គ. B ជាចំណុចដែលមានកូអរដោនេ $(6\ ,\ 0)$ ។ ចូរសរសេរសមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាម A និង B រួចបញ្ជាក់ចំណុចជួបនឹងអ័ក្ស $y'y$ ។

13. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ គេឱ្យបីចំណុច $A(0\ ,\ 6)$, $B(-3\ ,\ 0)$ និង $C(6\ ,\ 0)$ ។

ក. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ AB និង AC ។

ខ. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ D កាត់តាមចំណុច C ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ AB ។

គ. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ D' កាត់តាមចំណុច B ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ AC ។

14. ក. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ រកសមីការនៃបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច $A(6\ ,\ 2)$ និង $B(2\ ,\ -2)$ ។ ចូររកសមីការនៃខ្សែមេដ្យាទ័ររបស់ $[AB]$ ។

ខ. គេឱ្យចំណុច $C(-2\ ,\ 6)$ ។ ចូរបង្ហាញថា CAB ជាត្រីកោណសមបាត ។

គ. ចូររកសមីការនៃបន្ទាត់ C_2 កាត់តាម C ហើយស្របនឹង AB ។

ឃ. ចូរបង្ហាញថាបន្ទាត់ C_2 កាត់តាម $M(-5\ ,\ 3)$ ។

15. ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ គេឱ្យចំណុច $A(-6\ ,\ 0)$, $B(6\ ,\ 0)$ និង $C(3\ ,\ 9)$ ។

ក. ចូររកសមីការនៃជ្រុងត្រីកោណ ABC ។

ខ. ចូរសរសេរសមីការនៃខ្សែមេដ្យាទ័ររបស់ជ្រុងត្រីកោណ ABC ។

16. បើចំណុច $(a\ ,\ 6)$ និង $(2\ ,\ a)$ ឋិតនៅលើបន្ទាត់ $4x+2y=b$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ a និង b រួចសង់បន្ទាត់នោះ ។

17. តាមការអង្កេតរោងចក្រនានាលើសកលលោកដែលប្រើថាមពលពីប្រេងបានថយចុះពីមួយឆ្នាំទៅមួយឆ្នាំ ។ នៅឆ្នាំ 1973 រោងចក្រដែលប្រើថាមពលពីប្រេងមានតែ 47% ហើយនៅឆ្នាំ 1990 ចំនួននេះបានថយមកត្រឹម 38% ។ ចូរកំណត់សមីការដែលទាក់ទងទៅនឹងការប្រើថាមពលពីប្រេងទៅតាមឆ្នាំ x ។ គេកំណត់យក $x=0$ ត្រូវនឹងឆ្នាំ 1970 ។

មេរៀនទី

11 ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេទី១មានពីរអញ្ញាត

វត្ថុបំណង

- ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាភិច ។
- ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីជំនួស ។
- ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីបំបាត់ ។
- ដោះស្រាយចំណោទ ។

1. ដំណោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាភិច

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ដោះស្រាយសមីការ $2x+y=2$

សមីការមានពីរអញ្ញាត x និង y វាមានគូចម្លើយរាប់មិនអស់

គេអាចបានគូចម្លើយដោយជំនួសតម្លៃ x ណាមួយក្នុងសមីការ $y=-2x+2$ រួចរក y

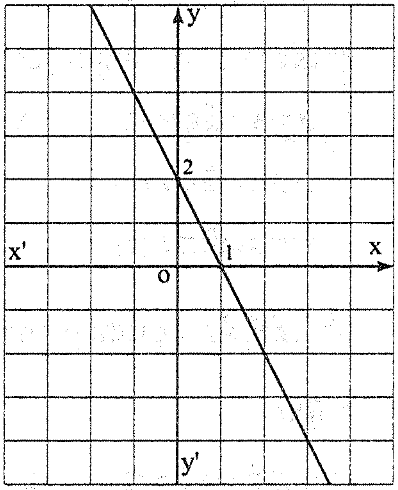
បើ $x=-2$, $y=-2(-2)+2=6$

បើ $x=-1$, $y=-2(-1)+2=4$

បើ $x=0$, $y=-2(0)+2=2$

បើ $x=1$, $y=-2(1)+2=0$

បើ $x=2$, $y=-2(2)+2=-2$



គេអាចបកស្រាយគូចម្លើយដោយបន្ទាត់មួយ

ដែលមានសមីការ $2x+y=2$ ឬ $y=-2x+2$

x	0	1
y	2	0

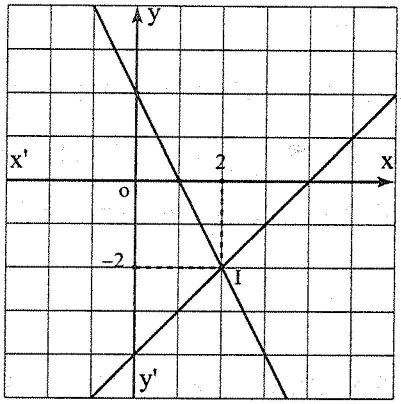
កូអរដោនេនៃគ្រប់ចំណុចដែលឋិតនៅលើបន្ទាត់ជាគូចម្លើយនៃសមីការ $2x+y=2$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} x-y=4 & (1) \\ 2x+y=2 & (2) \end{cases}$$

ចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការជាចម្លើយរួមនៃសមីការ (1) និងសមីការ (2) ។ ដោយសមីការ (1) និងសមីការ (2) តាងដោយបន្ទាត់រៀងគ្នា $x-y=4$ និង $2x+y=2$

ក្នុងករណីនេះគេត្រូវសង់បន្ទាត់ទាំងពីរ



ចំពោះសមីការ $x-y=4$ (1)

x	0	4
y	−4	0

ចំពោះសមីការ $2x+y=2$ (2)

x	0	1
y	2	0

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធគឺរកកូអរដោនេនៃចំណុច ដែលឋិតនៅលើបន្ទាត់ (1) ផងនិងបន្ទាត់ (2) ផង

មានន័យថាជាកូអរដោណេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ទាំងពីរ ។

I ជាចំណុចប្រសព្វ ដើម្បីរកកូអរដោនេរបស់វា គេគូសចំណោលកែងពី I មកលើអ័ក្សទាំងពីរ

តាមក្រាបគេបាន $x=2$, $y=-2$

ដូចនេះ $(2\ ,\ -2)$ ជាគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : ជំនួស $(2\ ,\ -2)$ ក្នុងសមីការ (1) និង (2)

ចំពោះសមីការ (1) : $2-(-2)=2+2=4$

ចំពោះសមីការ (2) : $2(2)+(-2)=4-2=2$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x+3y=6 & (1) \\ x+3y=-3 & (2) \end{cases}$ ។

ចម្លើយ :

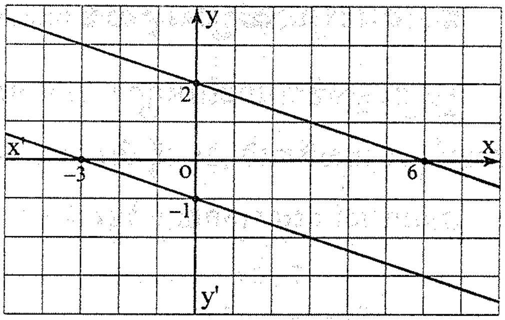
សង់បន្ទាត់ (1) និង (2) រួចដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាប ។ ក្នុងករណីនេះគេត្រូវរកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ទាំងពីរដោយធ្វើចំណោលកែងនៃចំណុចប្រសព្វមកលើអ័ក្សទាំងពីរ ។

ចំពោះសមីការ $x+3y = 6$ (1)

x	0	6
y	2	0

ចំពោះសមីការ $x+3y = -3$ (2)

x	0	−3
y	−1	0



តាមក្រាប បន្ទាត់ទាំងពីរស្របគ្នាគឺគ្មានចំណុចប្រសព្វទេ ។ ក្នុងករណីនេះ គេថាប្រព័ន្ធសមីការគ្មានចម្លើយ ។

បើគេពិនិត្យមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរក៏ឃើញថាវាស្របគ្នាដែរ ។

(1) $x+3y = 6$ ឬ $y = -\frac{x}{3}+2$

(2) $x+3y = -3$ ឬ $y = -\frac{x}{3}+1$

ឃើញថា $a = a' = -\frac{1}{3}$

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} y = 4-x & (1) \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{2} = 2 & (2) \end{cases}$$ ។

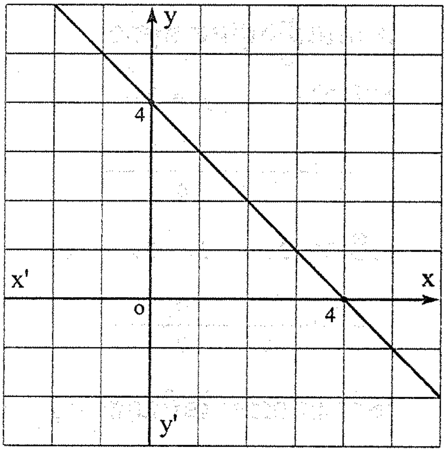
ចម្លើយ : សង់បន្ទាត់នៃសមីការ (1) និង (2)

ចំពោះសមីការ $y = 4-x$ (1)

x	0	4
y	4	0

ចំពោះសមីការ $\frac{x}{2}+\frac{y}{2} = 2$ (2)

x	0	4
y	4	0



តាមក្រាបបន្ទាត់ (1) និងបន្ទាត់ (2) ត្រួតស៊ីគ្នា មានន័យថាវាមានចំណុចរួមច្រើនរាប់មិនអស់ ក្នុងករណីនេះគេថាប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយច្រើនរាប់មិនអស់ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមក្រាប

$$\begin{cases} 4x+3y = 4 \\ 3x+y = -2 \end{cases}$$ ។

2. ដំណោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីជំនួស

ក្នុងប្រព័ន្ធសមីការមានពីរអញ្ញាត គេអាចគណនាតម្លៃនៃអញ្ញាតណាមួយក្នុងសមីការ (1) រួចយកទៅជំនួសក្នុងសមីការទី (2) ធ្វើយ៉ាងនេះគេនឹងបានសមីការមួយដែលមានតែមួយអញ្ញាត ។

ឧទាហរណ៍ : ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} y = 7-3x & (1) \\ 2x-3y = 12 & (2) \end{cases} ។$$

ជំនួសតម្លៃ $y = 7-3x$ ក្នុងសមីការ (2)

$$2x-3(7-3x) = 12\ ,\ 2x-21+9x = 12$$

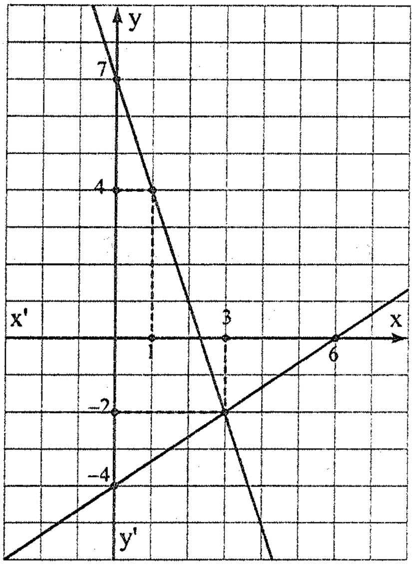
$$11x = 12+21$$

$$11x = 33 \text{ ឬ } x = 3$$

ជំនួសតម្លៃ $x = 3$ ក្នុងសមីការ (1)

$$y = 7-3(3) = 7-9 = -2$$

ដូចនេះ (3 , −2) ជាគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ ។



គេអាចផ្ទៀងផ្ទាត់តាមក្រាប

សមីការ (1) $y = 7-3x$

x	0	1
y	7	4

សមីការ (2) $2x-3y = 12$

x	0	6
y	−4	0

ធ្វើចំណោលកែងនៃចំណុចប្រសព្វ គេបាន (3 , −2)

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} x-2y = 17 & (1) \\ 3x-6y = 11 & (2) \end{cases} ។$$

ចម្លើយ :

(1) $x-2y = 17$, $x = 17+2y$ ជំនួស $x = 17+2y$ ក្នុងសមីការ (2)

$3(17+2y)-6y = 11$

$51+6y-6y = 11$

$oy = -41$ ទោះ y យកតម្លៃស្មើប៉ុន្មានក៏ដោយក៏អង្គទី 1 មិនអាចស្មើនឹង -41

ដូចនេះសមីការ $oy = -41$ គ្មានចម្លើយ នាំឱ្យប្រព័ន្ធសមីការគ្មានចម្លើយ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} -x+3y = -1 & (1) \\ x-3y = 1 & (2) \end{cases}$$ ។

ចម្លើយ :

(1) $-x+3y = -1$, $x = 3y+1$ យកតម្លៃ x ជំនួសក្នុងសមីការ (2)

$3y+1-3y = 1$, $oy = 0$ ទោះ y យកតម្លៃយ៉ាងណាក៏អង្គទី 1 នៅតែស្មើនឹង 0

គេថាសមីការ $oy = 0$ មានចម្លើយរាប់មិនអស់ នាំឱ្យប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយរាប់មិនអស់ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

ក. $\begin{cases} y+6 = 3x & (1) \\ 9x-2y = 3 & (2) \end{cases}$ ខ. $\begin{cases} 3x-4y = 8 & (1) \\ 4x+y = 17 & (2) \end{cases}$ ។

3. ដំណោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីបូក

ឧទាហរណ៍ទី 1 : ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} -2x+y = -11 & (1) \\ 5x-y = 26 & (2) \end{cases}$

គេសង្កេតឃើញថាអញ្ញាត y មានសញ្ញាផ្ទុយគ្នា ហើយមានមេគុណស្មើគ្នាទៀត ។ បើគេបូកអង្គនៃសមីការ (1) និងសមីការ (2) នោះអញ្ញាត y នឹងត្រូវបាត់ក្នុងករណីនេះ គេបានសមីការមួយមានតែមួយអញ្ញាត ។

$$\begin{cases} -2x+y = -11 & (1) \\ 5x-y = 26 & (2) \end{cases}$$

$3x = 15$, $x = 5$ ជំនួស $x = 5$ ក្នុង (1)

$-2(5)+y = -11$, $-10+y = -11$, $y = -11+10 = -1$

ហេតុនេះ $(5\ ,\ -1)$ ជាគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : ជំនួស (5 , −1) ក្នុងសមីការ (1) និង (2)

(1) $-2(5)+(-1) = -10-1 = -11$

(2) $5(5)-(-1) = 25+1 = 26$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} 2x+3y = 21 & (1) \\ 3x+2y = 19 & (2) \end{cases}$$ ។

ដើម្បីបំបាត់អញ្ញាត y គេត្រូវធ្វើវាឱ្យមានមេគុណស្មើគ្នាហើយមានសញ្ញាផ្ទុយគ្នា ក្នុងករណីនេះ គេត្រូវគុណ (1) នឹង −2 ហើយគុណ (2) នឹង 3

$$\begin{cases} 2x+3y = 21 & \times -2 \\ 3x+2y = 19 & \times 3 \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} -4x-6y = -42 \\ 9x+6y = 57 \end{cases}$$

$$5x = 15 \ , \ x = 3$$

ជំនួស $x = 3$ ក្នុងសមីការ (1)

$2(3)+3y = 21 \ , \ 6+3y = 21 \ , \ 3y = 15 \ , \ y = 5$

ដូចនេះ (3 , 5) ជាគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} \frac{x}{2}-\frac{y}{5} = 1 & (1) \\ y-\frac{x}{3} = 8 & (2) \end{cases}$$ ។

ចម្លើយ :

(1) អាចសរសេរ $\frac{x}{2}-\frac{y}{5} = 1 \ , \ 5x-2y = 10 \quad (1)$

(2) អាចសរសេរ $y-\frac{x}{3} = 8 \ , \ 3y-x = 24 \quad (2)$

យើងបាន $\begin{cases} 5x-2y = 10 & \\ -x+3y = 24 & \times 5 \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} 5x-2y = 10 \\ -5x+15y = 120 \end{cases}$

$$13y = 130 \ , \ y = 10$$

ជំនួស $y = 10$ ក្នុង (2)

$3(10)-x = 24 \ , \ x = 3(10)-24 = 30-24 = 6$

ដូចនេះ (6 , 10) ជាគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ ។

ផ្ទៀងផ្ទាត់ :

(1) $\frac{6}{2}-\frac{10}{5} = 3-2 = 1$

(2) $10-\frac{6}{3} = 10-2 = 8$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធ $\begin{cases} 3(x-y)-\frac{1}{3}(x+y) = 30 & (1) \\ x+y+\frac{5}{3}(x-y) = 22 & (2) \end{cases}$ ។

ចម្លើយ : គេអាចសម្រួលសមីការនីមួយៗ ឱ្យងាយរួចធ្វើវិធីបំបាត់ដោយបូក ប៉ុន្តែគេសង្កេតឃើញមានតួ $(x-y)$ និងតួ $(x+y)$ ឋិតក្នុងសមីការ (1) និង (2) ដូចគ្នា ។

ក្នុងករណីនេះគេតាង $a = x+y$, $b = x-y$

ប្រព័ន្ធសមីការទៅជា $\begin{cases} 3b-\frac{1}{3}a = 30 & (3) \\ a+\frac{5}{3}b = 22 & (4) \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} 9b-a = 90 & (5) & \times 3 \\ 5b+3a = 66 & (6) \end{cases}$

$$\begin{cases} 27b-3a = 270 \\ 5b+3a = 66 \end{cases}$$

$$32b = 336 \ , \ b = \frac{21}{2}$$

ជំនួស $b = \frac{21}{2}$ ក្នុង (5)

$$9\times\frac{21}{2}-a = 90 \ , \ a = 9\times\frac{21}{2}-90$$

$$= \frac{189-180}{2} = \frac{9}{2}$$

ដោយ $a = \frac{9}{2}$, $b = \frac{21}{2}$ នោះ $\begin{cases} x+y = a \\ x-y = b \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x+y = \frac{9}{2} \\ x-y = \frac{21}{2} \end{cases}$

$$2x = 15 \ , \ x = \frac{15}{2}$$

$$y = \frac{9}{2}-x = \frac{9}{2}-\frac{15}{2} = -\frac{6}{2} = -3$$

ដូចនេះ $\left(\frac{15}{2}\ ,\ -3\right)$ ជាគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : ជំនួស $\left(\frac{15}{2}\ ,\ -3\right)$ ក្នុងសមីការ (1) និង (2)

(1) $3\left(\frac{15}{2}+3\right)-\frac{1}{3}\left(\frac{15}{2}-3\right) = 3\left(\frac{21}{2}\right)-\frac{1}{3}\left(\frac{9}{2}\right) = \frac{63}{2}-\frac{3}{2} = \frac{60}{2} = 30$

(2) $\frac{15}{2}-3+\frac{5}{3}\left(\frac{15}{2}+3\right) = \frac{9}{2}+\frac{5}{3}\left(\frac{21}{2}\right) = \frac{9}{2}+\frac{35}{2} = \frac{44}{2} = 22$ ។

លំហាត់គំរូទី3 : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{5} & (1) \\ x+y = 21 & (2) \end{cases} \text{ ។}$$

ចម្លើយ : គេអាចប្រើលក្ខណៈនៃសមាមាត្រ ដើម្បីដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{5} = \frac{x+y}{2+5} = \frac{21}{7} = 3$$

$$\frac{x}{2} = 3 \;,\; x = 6 \;,\; \frac{y}{5} = 3 \;,\; y = 15$$

$(6 \;,\; 15)$ ជាគូចម្លើយ

គេក៏អាចដោះស្រាយតាមវិធីបំបាត់ដោយបូក

$(1)\quad 2y = 5x \;,\; 5x - 2y = 0$

យើងបានប្រព័ន្ធ $\begin{cases} 5x-2y = 0 \\ x+y = 21 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} 5x-2y = 0 \\ 2x+2y = 42 \end{cases}$

$$7x = 42 \;,\; x = 6 \;,\; y = 15 \text{ ។}$$

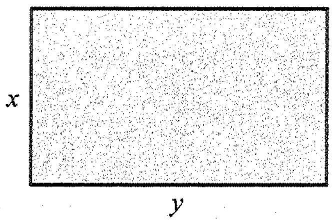
ប្រតិបត្តិ : ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

ក. $\begin{cases} 4x-3y = 9 \\ -3x+5y = 7 \end{cases}$ ខ. $\begin{cases} 7x+3(y-3) = 5(x+y) \\ 7(x-1)-6y = 5(x-y) \end{cases}$ ។

4. ចំណោទនៃប្រព័ន្ធសមីការ

ចំណោទទី1 : ចតុកោណកែងមួយមានបរិមាត្រស្មើនឹង $38cm$ ។ គេដឹងថាបណ្ដោយលើស 3 ដងនៃទទឹងនិង $1cm$ ។ ចូររកប្រវែងទទឹងនិងបណ្ដោយនៃចតុកោណកែង ។

ចម្លើយ :



សម្មតិកម្ម :

- បរិមាត្រស្មើ $38cm$
- បណ្ដោយវែងជាង 3 ដងនៃទទឹងនិង $1cm$

សំណួរ : រកទទឹងនិងបណ្ដាយ

ការតាងអញ្ញាត : តាង x ជាទទឹង ហើយ y ជាបណ្ដោយ

គំនិតបន្ថែម : បរិមាត្រស្មើ $2(x+y)$

ប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases} 2(x+y) = 38 & (1) \\ y-3x = 1 & (2) \end{cases}$$

✍ *ដំណោះស្រាយ :*

$$\begin{cases} 2(x+y) = 38 \\ y-3x = 1 \end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases} x+y = 19 \\ y-3x = 1 \end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases} y+x = 19 \\ y-3x = 1 \end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases} y+x = 19 \\ -y+3x = -1 \end{cases}$$

$$4x = 18$$

$$4x = 18 \ , \ x = \frac{9}{2} \ , \ y = 1+3x = 1+3\times\frac{9}{2} = 1+\frac{27}{2} = \frac{29}{2}$$

ដូចនេះ $x = \frac{9}{2} = 4.5cm$

$y = \frac{29}{2} = 14.5cm$ ។

ការផ្ទៀងផ្ទាត់ : បរិមាត្រ $2(x+y) = 2(4.5+14.5) = 2(19) = 38$

$y-3x = 14.5-3\times4.5 = 14.5-13.5 = 1$ ។

ចំណោទទី 2 : គេទិញសៀវភៅ 6 ក្បាលនិងប៊ិច 8 ដើមរួមគ្នា ថ្លៃ 14 000៛ ។ មួយសប្តាហ៍ក្រោយមកគេទិញសៀវភៅ 9 ក្បាលនិងប៊ិច 6 ដើមដដែលនេះទៀតរួមគ្នាថ្លៃ 13 200៛ ។ ដោយដឹងថាគេនៅរក្សាតម្លៃទំនិញដដែល ចូររកតម្លៃនៃសៀវភៅ 1 ក្បាលនិងប៊ិចមួយដើម ។

ចម្លើយ :

សម្មតិកម្ម :

- លើកទី 1 ទិញសៀវភៅ 6 ក្បាលនិងប៊ិច 8 ដើម អស់ប្រាក់ 14 000៛
- លើកទី 2 ទិញសៀវភៅ 9 ក្បាលនិងប៊ិច 6 ដើម អស់ប្រាក់ 13 200៛

សំណួរ : រកតម្លៃនៃសៀវភៅនិងប៊ិច

ការតាងអញ្ញាត : តាង x ជាថ្លៃសៀវភៅ ហើយ y ជាថ្លៃប៊ិចនីមួយៗ

គំនិតបន្ថែម : សៀវភៅ 1 ក្បាលថ្លៃ x រៀល , សៀវភៅ 6 ក្បាលថ្លៃ $6x$

ប៊ិច 1 ដើមថ្លៃ y រៀល , ប៊ិច 8 ដើមថ្លៃ $8y$

ប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases} 6x+8y = 14\ 000 & (1) \\ 9x+6y = 13\ 200 & (2) \end{cases}$$

✍ *ដំណោះស្រាយ :*

$$\begin{cases}6x+8y = 14\ 000\\9x+6y = 13\ 200\end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases}3x+4y = 7\ 000\\3x+2y = 4\ 400\end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases}3x+4y = 7\ 000\\-3x-2y = -4\ 400\end{cases}$$

$$2y = 2\ 600\ ,\ y = 1\ 300\ \text{៛}\ ,\ x = 600\ \text{៛}$$

សៀវភៅមួយក្បាលថ្លៃ 600៛

ប៊ិចមួយដើមថ្លៃ 1 300៛

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : $6\times 600\text{៛} + 8\times 1\ 300\text{៛} = 3\ 600\text{៛} + 10\ 400\text{៛} = 14\ 000\text{៛}$ (1)

$9\times 600\text{៛} + 6\times 1\ 300\text{៛} = 5\ 400\text{៛} + 7\ 800\text{៛} = 13\ 200\text{៛}$ (2) ។

ចំណោទទី 3 : ពូសុខវិនិយោគប្រាក់ 5 លានរៀល ដើម្បីដាក់យកការប្រាក់ទៅតាមអត្រាការប្រាក់រៀងគ្នា 8% និង 6% ។ ដោយដឹងថាគាត់ទទួលបានការប្រាក់សរុប 360 000៛ក្នុងមួយឆ្នាំ ។ ចូររកដើមទុនដែលគាត់បានដាក់តាមអត្រានីមួយៗ ។

ចម្លើយ :

សម្មតិកម្ម :

- ប្រាក់ដើមសរុប 5 000 000៛
- អត្រាការប្រាក់មានពីរប្រភេទ 8% និង 6%
- ការប្រាក់សរុបបាន 360 000៛

សំណួរ : រកប្រាក់ដែលបានដាក់តាមអត្រា 8% និង 6%

ការតាងអញ្ញាត : តាង x ជាប្រាក់ដែលដាក់តាមអត្រា 8%

តាង y ជាប្រាក់ដែលដាក់តាមអត្រា 6%

គំនិតបន្ថែម : បើ x ដាក់តាមអត្រា 8% នោះការប្រាក់ត្រូវជា $\frac{8x}{100}$

បើ y ដាក់តាមអត្រា 6% នោះការប្រាក់ត្រូវជា $\frac{6y}{100}$

ប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases}x+y = 5\ 000\ 000 & (1)\\ \dfrac{8x}{100}+\dfrac{6y}{100} = 360\ 000 & (2)\end{cases}$$

✍ **ដំណោះស្រាយ :**

$$\begin{cases} x+y = 5\ 000\ 000 \\ \dfrac{8x}{100}+\dfrac{6y}{100} = 360\ 000 \end{cases} \quad ឬ \quad \begin{cases} x+y = 5\ 000\ 000 \\ 8x+6y = 36\ 000\ 000 \end{cases}$$

$$ឬ \quad \begin{cases} x+y = 5 \\ 8x+6y = 36 \end{cases}$$ ឯកតាជាលានរៀល

$$\begin{cases} -6x-6y = -30 \\ 8x+6y = 36 \end{cases}$$

$2x = 6$, $x = 3$, $y = 2$, $x = 3\ 000\ 000$ ៛ , $y = 2\ 000\ 000$ ៛

ចំពោះអត្រា 8% គាត់ដាក់ 3 000 000 ៛

ចំពោះអត្រា 6% គាត់ដាក់ 2 000 000 ៛

ផ្ទៀងផ្ទាត់ : ការប្រាក់តាមអត្រា 8% $\dfrac{8\times 3\ 000\ 000}{100} = 240\ 000$ ៛

ការប្រាក់តាមអត្រា 6% $\dfrac{6\times 2\ 000\ 000}{100} = 120\ 000$ ៛

ការប្រាក់សរុបបាន : $240\ 000+120\ 000 = 360\ 000$ ៛ ។

ប្រតិបត្តិ :

ក. ផលបូកនៃពីរចំនួនស្មើនឹង 50 ផលដកនៃ 3 ដងចំនួនទី1 និង 2 ដងនៃចំនួនទី2 ស្មើនឹង 60 ។ ចូររកចំនួនទាំងពីរនោះ ។

ខ. សួនរាងចតុកោណកែងមួយមានបរិមាត្រស្មើនឹង $158m$ ។ គេដឹងថាបណ្តោយលើសទទឹង $5m$ ចូររកទទឹងនិងបណ្តោយនៃចតុកោណកែង ។

? លំហាត់

1. តើគូអរដោនេដែលគេឱ្យខាងក្រោមជាចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធសមីការឬទេ ?

ក. $\begin{cases} x-y=8 \\ x+y=-2 \end{cases}$ (3 , –5)

ខ. $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x+2y=4 \end{cases}$ (2 , –1)

គ. $\begin{cases} y=3x \\ x+y=3 \end{cases}$ (0 , 0)

ឃ. $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x-2y=6 \end{cases}$ (5 , 2) ។

2. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមតាមក្រាប ។

ក. $\begin{cases} x-4y=1 \\ x+y=-4 \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} y-2=0 \\ x+3=0 \end{cases}$

គ. $\begin{cases} 2x-3y=13 \\ x-2y=8 \end{cases}$

ឃ. $\begin{cases} y=3x \\ x+y=4 \end{cases}$

ង. $\begin{cases} 2x+y=6 \\ y=8-2x \end{cases}$

ច. $\begin{cases} x+y=1 \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}=2 \end{cases}$

ឆ. $\begin{cases} x+y=3 \\ y=\dfrac{7-2x}{2} \end{cases}$

ជ. $\begin{cases} y=7-x \\ x=y+3 \end{cases}$ ។

3. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីបំបាត់ដោយបូក ។

ក. $\begin{cases} 2x+2y=-2 \\ 5x-2y=9 \end{cases}$

ខ. $\begin{cases} 2x+2y=8 \\ 2x-y=5 \end{cases}$

គ. $\begin{cases} 3x+3y=9 \\ 4x-3y=-16 \end{cases}$

ឃ. $\begin{cases} 8x-3y=17 \\ -7x+6y=2 \end{cases}$

ង. $\begin{cases} 7x-10y=-1 \\ 3x+2y=-13 \end{cases}$

ច. $\begin{cases} 4x-3y=15 \\ 8x+2y=-10 \end{cases}$

ឆ. $\begin{cases} 2x+8y=-1 \\ -10x+4y=16 \end{cases}$

ជ. $\begin{cases} 5x+3y+9=0 \\ 3x-4y+17=0 \end{cases}$

ឈ. $\begin{cases} 6x-5=2x-7y \\ 2x=5y-6 \end{cases}$

ញ. $\begin{cases} 4x-3y=9 \\ -3x+5y=7 \end{cases}$

ដ. $\begin{cases} 3x+4y=-1 \\ 7x+9y=0 \end{cases}$

ឋ. $\begin{cases} 4x-2y=-19 \\ -6x-3y=1.5 \end{cases}$ ។

4. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការតាមវិធីជំនួស

ក. $\begin{cases} x-2y = 16 \\ 4x+y = 1 \end{cases}$ ខ. $\begin{cases} x+2y = 6 \\ 4x+3y = 4 \end{cases}$

គ. $\begin{cases} y = -4x+5 \\ 2x-3y = 13 \end{cases}$ ឃ. $\begin{cases} 5x-y = -23 \\ 3x-y = -15 \end{cases}$

ង. $\begin{cases} -2x+y = 2 \\ 2x+3y = 6 \end{cases}$ ច. $\begin{cases} x+5y = 11 \\ 4x-y = 2 \end{cases}$

ឆ. $\begin{cases} 2x+3y = 11 \\ 3x+3y = 18 \end{cases}$ ជ. $\begin{cases} 5x+3y = 4 \\ 4x-2y = 1 \end{cases}$

ឈ. $\begin{cases} 5x+7y = -3 \\ 2x+14y = 2 \end{cases}$ ញ. $\begin{cases} 3x+6y = 6 \\ 2x = 2y \end{cases}$

ដ. $\begin{cases} x = 10y \\ \frac{1}{2}x = 3y+2 \end{cases}$ ឋ. $\begin{cases} x-7 = y \\ \frac{1}{4}x-1 = y \end{cases}$ ។

5. ក. ចូររកតម្លៃ m ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមគ្មានចម្លើយ ។

$\begin{cases} 4x+6y = 12 \\ 2x+my = 5 \end{cases}$, $\begin{cases} 12x-3my = 1 \\ 4x+2y = 3 \end{cases}$

ខ. ចូររកតម្លៃ m និង n ដើម្បីឱ្យប្រព័ន្ធសមីការខាងក្រោមមានគូចម្លើយរាប់មិនអស់ ។

$\begin{cases} mx+ny = 10 \\ 4x-3y = 5 \end{cases}$, $\begin{cases} 6x+y = 30 \\ (n-1)x+\frac{1}{3}y = n+m \end{cases}$ ។

6. សុខនិងសៅទិញសៀវភៅសរសេរ ។ សុខទិញសៀវភៅស្តើង 2 ក្បាលនិងសៀវភៅក្រាស់ 3 ក្បាល អស់ប្រាក់ 21 000 ៛ ។ ចំណែកសៅវិញទិញសៀវភៅស្តើង 3 ក្បាលនិងសៀវភៅក្រាស់ 2 ក្បាល អស់ប្រាក់ 19 000 ៛ ។ តើសៀវភៅទាំងពីរប្រភេទនេះ មានតម្លៃមួយក្បាលថ្លៃប៉ុន្មានរៀល ?

7. នៅក្នុងកាបូបមួយមានប្រាក់ 8 000 ៛ ។ គេរាប់ចំនួនក្រដាសប្រាក់ឃើញ 11 សន្លឹក ។ ក្រដាសប្រាក់នេះមានពីរប្រភេទ គឺប្រភេទ 500 ៛ និងប្រភេទ 1 000 ៛ ។ ចូររកចំនួនក្រដាសប្រាក់ប្រភេទនីមួយៗ ។

8. ពូសំដាក់ទឹកត្នោតដោយប្រើខ្សែពួរបង្ហូតចុះមកដី ។ បើគាត់មិនបត់ខ្សែជាពីរទេ នោះគាត់បង្ហូតបំពង់មកដល់ដី នៅសល់កន្ទុយខ្សែ $7m$ ទៀត ។ ប៉ុន្តែបើគាត់បត់ខ្សែពួរជាពីរ គាត់បង្ហូតបំពង់មកដល់ដីល្មមគ្មានសល់ខ្សែសោះ ។ បំពង់និងខ្សែបំពង់មានប្រវែង $1m$ ។ កម្ពស់ដើមត្នោតត្រូវគិតពីកន្លែងដែលគាត់អង្គុយមកត្រឹមដី ។ ចូររកប្រវែងខ្សែពួរនិងកម្ពស់ដើមត្នោត ។

9. ដីមួយកន្លែងរាងចតុកោណកែងមានបរិមាត្រ $110m$ ។ បើគេថែម $5m$ លើបណ្ដោយនិង $2m$ លើទទឹង នោះផ្ទៃក្រឡាកើនលើសពីមុន $150m^2$ ។ ចូររកប្រវែងបណ្ដោយនិងទទឹងនៃដីនោះ ។

10. គេយកក្រដាសប្រាក់ 20\$ ទៅទិញនំ H និងនំ P ។

បើគេទិញនំ H 6 និងនំ P 4 នោះគេនឹងអាប់វិញ 1.5\$

បើគេទិញនំ H 2 និងនំ P 5 នោះគេនឹងអាប់វិញ 1\$

បើគេទិញនំ H 4 និងនំ P 4 តើគេនឹងអាប់វិញប្រាក់ប៉ុន្មាន ?

11. ផលដកនៃពីរចំនួនស្មើ 22 ពីរដងនៃចំនួនធំបូកនឹងបីដងនៃចំនួនតូចស្មើនឹង 246 ។ រកពីរចំនួននោះ ។

12. ពីរចំនួនមានផលបូកស្មើនឹង 490 និងមានផលធៀបស្មើនឹង $\frac{3}{7}$ ។ ចូរគណនាចំនួនទាំងពីរនោះ ។

13. ផលធៀបនៃពីរចំនួនស្មើនឹង $\frac{5}{4}$ និងការេនៃផលដករបស់វាស្មើនឹង 324 ។ ចូរគណនាចំនួននីមួយៗ ។

14. ត្រីកោណ ABC មួយមានបរិមាត្រ $192m$ ។ ចូរគណនាប្រវែងជ្រុង BC , CA , AB ដោយដឹងថាជ្រុងទាំងនោះសមាមាត្ររៀងគ្នានឹងចំនួន 2.5 2 និង 1.5 ។

15. ផលដកនៃពីរចំនួនស្មើនឹង 36 និងការេនៃផលធៀបរបស់វាស្មើនឹង $\frac{25}{81}$ ។ ចូរគណនាចំនួននីមួយៗ ។

16. ផលធៀបបាតទាំងពីរនៃចតុកោណព្នាយមួយស្មើនឹង $\frac{3}{5}$ និងផលបូកបាតរបស់វាស្មើនឹង $64m$ ។ ចូរគណនាប្រវែងនៃបាតនីមួយៗ ។

17. បើបន្ទាត់ $Ax+By = 9$ កាត់ចំណុច $(2\ ,\ 1)$ និង $(-3\ ,\ 3)$ ចូរកំណត់ A និង B ។

18. ចូរដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} \frac{2}{x}-\frac{2}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{x}+\frac{5}{y} = \frac{3}{4} \end{cases}$ ។

19. ក្រុមហ៊ុនមួយបានលក់ផលិតផលពីរមុខ A និង B ។ តាមការស្រាវជ្រាវនៃការលក់ទៅតាមឆ្នាំនីមួយៗមានដូចតារាងខាងក្រោម ។ ឯកតាគិតជាលានគ្រឿង ។

	2008	2009	2010	2011
A	2.3	2.7	3.1	3.5
B	2.9	3.3	3.7	4.1

បើក្រុមហ៊ុនរក្សាការលក់តាមអត្រាកំណើនដូចខាងលើ តើផលិតផល A អាចលក់កើនជាង B ឬទេ ? ហេតុអ្វី ?

មេរៀនទី

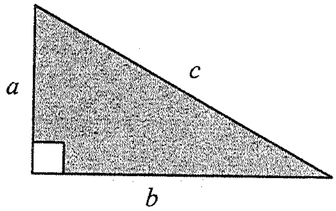
12 ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

វត្ថុបំណង

- ស្រាយបញ្ជាក់ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ។
- គណនារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណកែង ។
- អនុវត្តទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រក្នុងជីវភាពរស់នៅ ។

1. ទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

គេឱ្យត្រីកោណកែងមួយដែលមានរង្វាស់ a , b , c

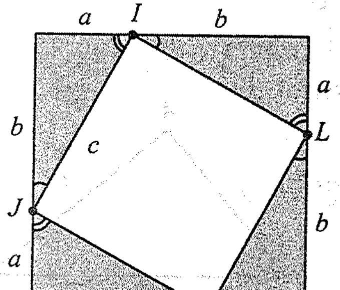


a និង b ជារង្វាស់នៃជ្រុងមុំកែង

c ជាអ៊ីប៉ូតេនុស

គេនឹងស្រាយបញ្ជាក់ថា $c^2 = a^2 + b^2$

សម្រាយបញ្ជាក់ :



គេយកត្រីកោណកែងបួនដូចគ្នាខាងលើមកផ្គុំជាការេធំមួយដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $a+b$ ដូចរូបខាងស្តាំ

ចតុកោណ $IJKL$ ជាការេ

ព្រោះមុំ $\hat{I} = 90°$

ផ្ទៃក្រឡានៃការេធំ ស្មើ $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

ផ្ទៃក្រឡានៃ $IJKL$ ស្មើ c^2

ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណកែងទាំងបួនស្មើ $4 \times \frac{1}{2}ab = 2ab$

តាមរូបខាងលើគេបាន

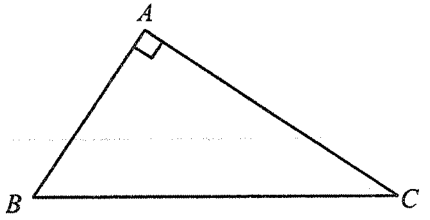
ផ្ទៃក្រឡានៃ $IJKL$ = ផ្ទៃក្រឡានៃការេធំ - ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណកែងទាំង 4

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab - 2ab$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

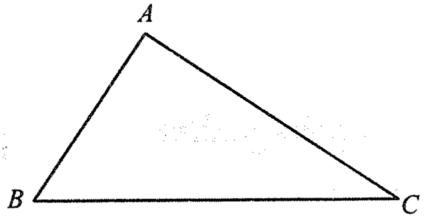
គេបានទំនាក់ទំនងរវាងរង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណកែងហៅថាទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ។

ទ្រឹស្តីបទ : ក្នុងត្រីកោណកែង ការេនៃអ៊ីប៉ូតេនុសស្មើនឹងផលបូកការេនៃជ្រុងមុំកែង ។



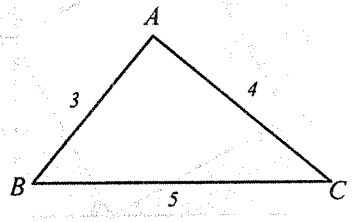
បើ $\angle BAC = 90°$ នោះ $BC^2 = AB^2 + AC^2$

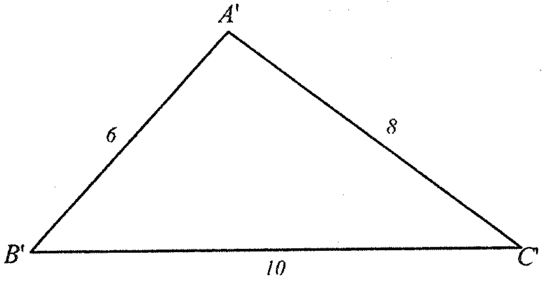
ច្រាសមកវិញ



បើ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ នោះ $\angle BAC = 90°$

ឧទាហរណ៍ : សង់ត្រីកោណដែលមានរង្វាស់ជ្រុង 3 4 5 ជា cm និងត្រីកោណដែលមានរង្វាស់ជ្រុង 6 8 10 ជា cm ។





ចំពោះត្រីកោណទាំងពីរដែលបានសង់ខាងលើគេសង្កេតឃើញថា

$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ $\qquad$ $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

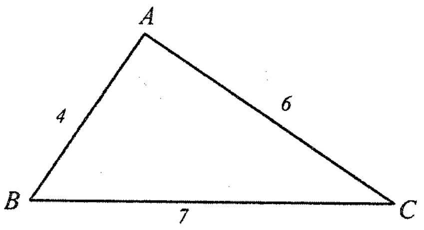
$5^2 = 25$ $\qquad$ $10^2 = 100$

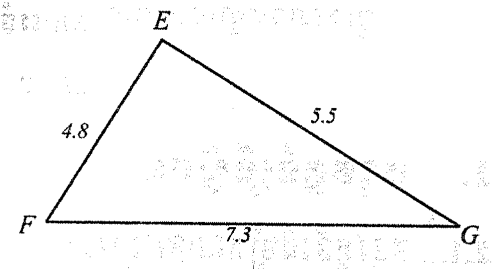
$5^2 = 3^2 + 4^2$ $\qquad$ $10^2 = 6^2 + 8^2$

ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A

$A'B'C$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A'

លំហាត់គំរូទី 1 : តើរូបមួយណាជាត្រីកោណកែង ?





ចម្លើយ :

$BC^2 = 7^2 = 49$, $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$

$BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ នាំឱ្យ ABC ពុំមែនជាត្រីកោណកែង

$FG^2 = 7.3^2 = 53.29$

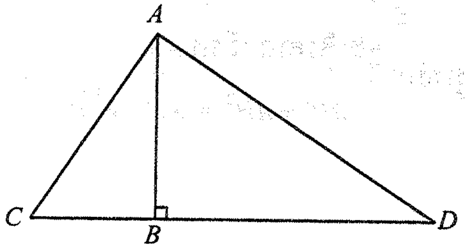
$EF^2 + EG^2 = 4.8^2 + 5.5^2 = 23.04 + 30.25 = 53.29$

$FG^2 = EF^2 + EG^2 = 53.29$

ដូចនេះ EFG ជាត្រីកោណកែងត្រង់ E ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេឱ្យត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ ABD កែងត្រង់ B ។ ដោយស្គាល់ $AB = 15cm$, $BC = 8cm$ និង $AD = 20cm$ ។ ចូរគណនា AC និង BD ។

ចម្លើយ :



- គណនា AC

ក្នុងត្រីកោណកែង ABC តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$= 15^2 + 8^2$$
$$= 225 + 64 = 289 \quad , \quad AC = \sqrt{289} = 17cm \text{ ។}$$

- គណនា BD

ក្នុងត្រីកោណកែង ABD តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ

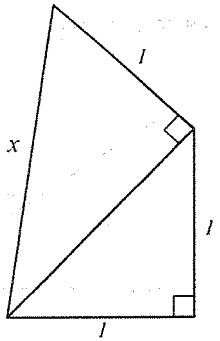
$AD^2 = AB^2 + BD^2$ នាំឱ្យ $BD^2 = AD^2 - AB^2$

$$= 20^2 - 15^2 = 400 - 225 = 175$$

$$BD = \sqrt{175} \approx 13.23cm \text{ ។}$$

ប្រតិបត្តិ :

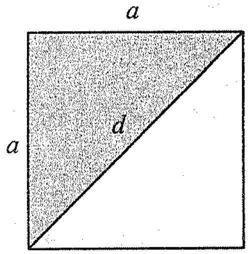
ចូរគណនារង្វាស់ x គិតជា cm នៃរូបខាងស្តាំ ។



2. អនុវត្តន៍ទ្រឹស្តីបទ

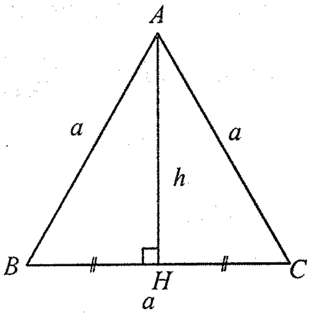
2.1. អនុវត្តន៍ដើម្បីគណនារង្វាស់ជ្រុង

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គណនាអង្កត់ទ្រូងនៃការេដែលមានជ្រុង a



$$d^2 = a^2 + a^2$$
$$= 2a^2$$
$$d = a\sqrt{2}$$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គណនាកម្ពស់នៃត្រីកោណសម័ង្ស ABC ជាត្រីកោណសម័ង្សដែលមានរង្វាស់ជ្រុង a ។ កម្ពស់ $[AH]$ កាត់ BC ត្រង់ចំណុចកណ្តាល H ។



ដូចនេះ $BH = \frac{a}{2}$

ក្នុងត្រីកោណកែង ABH

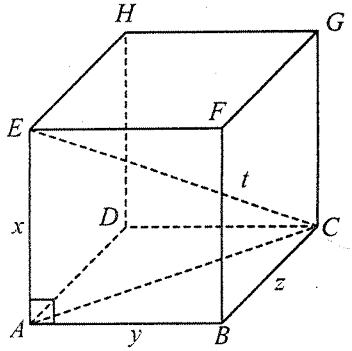
$BH^2 + AH^2 = AB^2$ នាំឱ្យ $AH^2 = AB^2 - BH^2$

$$= a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$= a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

$$AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 3 : គណនាអង្កត់ទ្រូងនៃប្រលេពីប៉ែតកែង $ABCDEFGH$ ដែលមានរង្វាស់ជ្រុងរៀងគ្នា x , y , z ហើយ t ជារង្វាស់នៃអង្កត់ទ្រូង ។



ក្នុងត្រីកោណកែង ABC កែងត្រង់ B

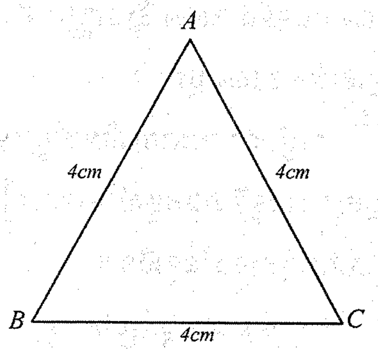
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$= y^2 + z^2$$

ក្នុងត្រីកោណកែង EAC កែងត្រង់ A

$$EC^2 = AE^2 + AC^2$$

$$t^2 = x^2 + y^2 + z^2 \ , \ t = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណសម័ង្សដែលមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើនឹង $4cm$ ។



ចម្លើយ : កម្ពស់នៃត្រីកោណសម័ង្សកំណត់

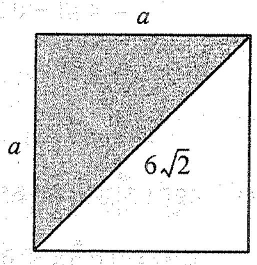
$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC

$$S = \frac{1}{2}h \times a = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 = 4\sqrt{3}$$

$$S = 4 \times 1.73 \approx 6.92cm^2$$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : អង្កត់ទ្រូងនៃការេមួយមានរង្វាស់ស្មើនឹង $6\sqrt{2}dm$ ។ ចូរកំណត់រង្វាស់ជ្រុងនៃការេ ។



ចម្លើយ : បើ a ជារង្វាស់ជ្រុង ហើយ d ជាអង្កត់ទ្រូងនោះ

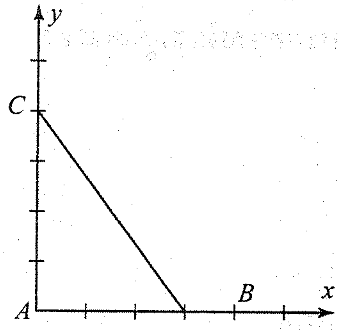
$$d = a\sqrt{2}$$

$$6\sqrt{2} = a\sqrt{2} \ , \ a = 6dm$$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរគណនាអង្កត់ទ្រូងនៃប្រលេពីប៉ែតកែងដែលមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើរៀងគ្នា 2 2 1 គិតជា m ។

2.2. អនុវត្តន៍ក្នុងជីវភាពរស់នៅ

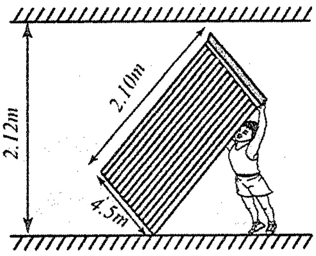
លំហាត់គំរូទី 1 : នៅលើទីធ្លាមួយ A ជាចំណុចនឹង ហើយ Ax ជាបន្ទាត់នឹង ។ តើគេត្រូវសង់បន្ទាត់ Ay យ៉ាងដូចម្តេចដើម្បីឱ្យ $Ax \perp Ay$ ។



ចម្លើយ : ក្នុងការធ្វើឱ្យ Ay កែងនឹង Ax គេតែងតែប្រើទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ ។

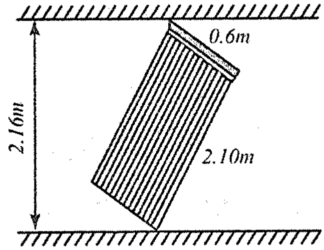
- នៅលើបន្ទាត់ Ax គេដៅចំណុច B ដែល $AB = 3dm$ ហើយនៅលើបន្ទាត់ Ay គេដៅចំណុច C ដែល $AC = 4dm$ ។

- គេរំកិលខ្សែ AC ដោយលៃយ៉ាងណាឱ្យ $BC = 5dm$ ធ្វើយ៉ាងនេះគេបាន $5^2 = 3^2 + 4^2$ មានន័យថា $BC^2 = AB^2 + AC^2$ នោះ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ។



លំហាត់គំរូទី 2 : តើគេអាចលើកទូដែលមានកម្ពស់ $2.10m$ និងទទឹង $0.60m$ ឱ្យបញ្ឈរនៅឡៅតឿមួយដែលមានកម្ពស់ត្រឹម $2.16m$ ឬទេ ?

ចម្លើយ : គេអាចលើកបញ្ឈរទូនោះបានលុះត្រាតែអង្កត់ទ្រូងនៃទូខ្លីជាងកម្ពស់នៃឡៅតឿក្នុងករណីនេះគេត្រូវគណនាអង្កត់ទ្រូងនៃទូសិន ។

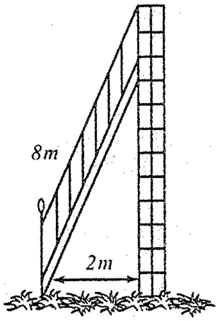


បើ d ជាអង្កត់ទ្រូងនៃទូ

$$d^2 = (2.10)^2 + (0.60)^2$$
$$= 4.41 + 0.36$$
$$= 4.77$$
$$d = \sqrt{4.77} \approx 2.18m$$

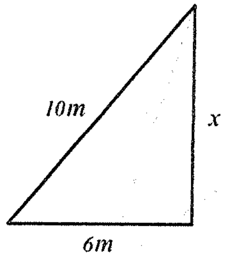
ឡៅតឿមានកម្ពស់ត្រឹមតែ $2.16m$ ខ្លីជាងអង្កត់ទ្រូងនៃទូ ដូចនេះគេមិនអាចលើកបញ្ឈរទូនោះបានឡើយ ។

ប្រតិបត្តិ : គេយកជណ្តើរមួយដែលមានប្រវែង $8m$ ទៅផ្អែកនឹងជញ្ជាំងមួយ ។ បើជើងជណ្តើរឃ្លាតពីជញ្ជាំង $2m$ ចូររកកម្ពស់នៃជញ្ជាំងនោះ ។



? លំហាត់

1. ចូរគណនា x ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះ ។



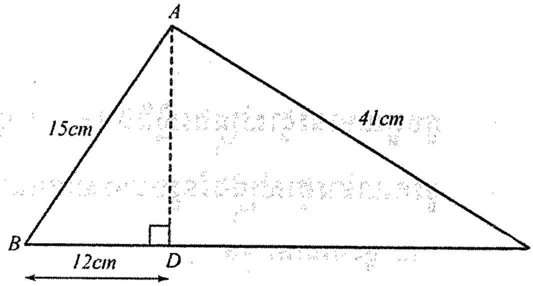
2. ចំពោះរង្វាស់ជ្រុងនីមួយៗខាងក្រោមនេះ តើ ABC ជាត្រីកោណកែងឬទេ ?

ក. $AB = 7$, $BC = 9$, $AC = 12$

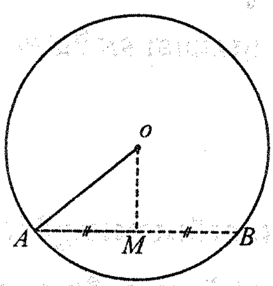
ខ. $AB = 52.8$, $BC = 45.5$, $AC = 69.7$

គ. $AB = 83$, $BC = 49$, $AC = 67$ ។

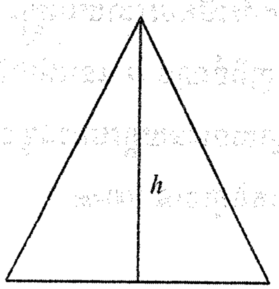
3. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។



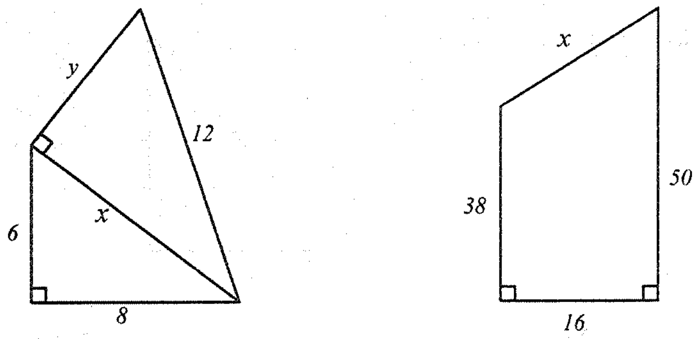
4. រង្វង់មួយដែលមានផ្ចិត O និងកាំស្មើនឹង $5cm$
$[AB]$ ជាអង្កត់ធ្នូដែលមានរង្វាស់ស្មើ $8cm$ ។
ចូរគណនាប្រវែង OM ។



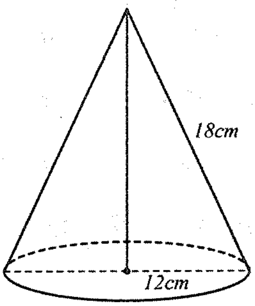
5. ត្រីកោណសម័ង្សមួយដែលមានកម្ពស់ស្មើនឹង $\sqrt{3}cm$ ។
ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណសម័ង្សនេះ ។



6. ចូរកំណត់ x និង y នៃរូបខាងក្រោមគិតជា m ។



7. ចូរគណនាកម្ពស់នៃកោណនៃរូបខាងស្តាំ រួចគណនាមាឌនៃកោណនោះ ។



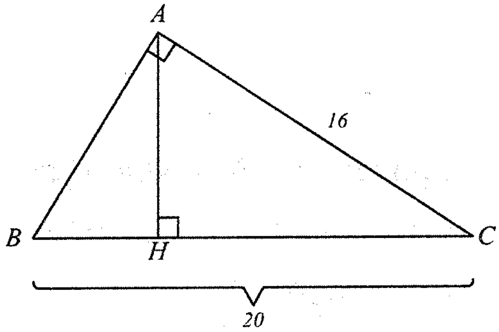
8. គូបមួយមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើនឹង $1cm$ ។ ចូរគណនាអង្កត់ទ្រូងនៃគូបនោះ ។

9. ចូរគណនារង្វាស់ជ្រុងនៃរូបខាងស្តាំគិតជា cm ។

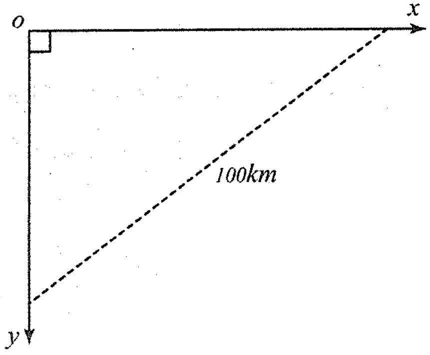
ក. ចូរគណនា AB

ខ. ចូរគណនា AH

គ. ចូរគណនា BH និង HC ។



10. យន្តហោះពីរហោះចេញពីចំណុច O ដូចគ្នាតាមទិសដៅរៀងគ្នា Ox និង Oy ។ គេដឹងយន្តហោះទាំងពីរបើកបរដោយល្បឿនស្មើគ្នា ហើយហោះចេញពីចំណុច O នៅម៉ោងតែមួយ ។ ចូរគណនាចម្ងាយចរនៃយន្តហោះនីមួយៗ នៅពេលដែលវាឃ្លាតពីគ្នាបាន $100km$ ។



មេរៀនទី

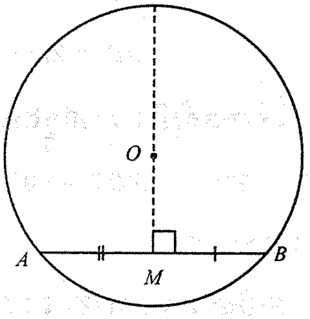
13 រង្វង់និងបន្ទាត់

វត្ថុបំណង

- បង្ហាញពីលក្ខណៈនៃអង្កត់ធ្នូ ។
- បង្ហាញពីលក្ខណៈនៃបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ ។
- អនុវត្តលក្ខណៈបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ទៅនឹងជ្រុងឈមនៃចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់ ។
- រកអង្កត់ផ្ចិតនិងកាំរង្វង់ដោយប្រើលក្ខណៈទីតាំងនៃរង្វង់ ។

1. លក្ខណៈនៃអង្កត់ធ្នូ

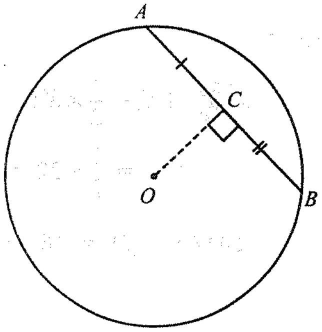
1.1. បន្ទាត់កែងទៅនឹងចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ធ្នូ



ឧទាហរណ៍ : នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O គេគូសបន្ទាត់មួយចេញពីផ្ចិត O កែងទៅនឹងអង្កត់ធ្នូ AB ត្រង់ចំណុច M (ដូចរូបខាងស្តាំ) ។ បើគេបត់រង្វង់នេះតាមបន្ទាត់ OM គេសង្កេតឃើញថារង្វង់នេះឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ OM ហើយចំណុច A ត្រួតស៊ីគ្នានឹង B ។ ដូចនេះ M ជា ចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ធ្នូ AB ។

ជាទូទៅ :

- បន្ទាត់ដែលគូសចេញពីផ្ចិតនៃរង្វង់ហើយកែង នឹង អង្កត់ធ្នូត្រូវកាត់ចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ធ្នូ ។
- បន្ទាត់ដែលកែងទៅនឹងចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ធ្នូត្រូវកាត់តាមផ្ចិតនៃរង្វង់ ។



លំហាត់គំរូទី 1 : គេមានរង្វង់ផ្ចិត O និងអង្កត់ធ្នូ $AB = 10cm$ (ដូចរូបខាងស្តាំ) ។ បើ OC កែងទៅនឹង AB ចូរគណនាប្រវែង AC ។

ចម្លើយ : ដោយ OC គូសចេញពីផ្ចិត O នៃរង្វង់និងកែងទៅនឹងអង្កត់ធ្នូ AB

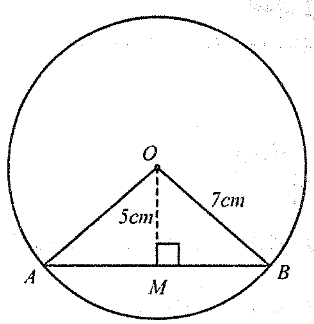
គេបាន $AC = BC$

នាំឱ្យ $AC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 10 = 5cm$

ដូចនេះ $AC = 5cm$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេមានរង្វង់ផ្ចិត O ដូចរូបខាងស្ដាំ ។

ចូរគណនាប្រវែងអង្កត់ធ្នូ AB ។



ចម្លើយ : OMB ជាត្រីកោណកែងត្រង់ M

តាមទ្រឹស្ដីបទពីតាគ័រគេបាន

$$OM^2 + MB^2 = OB^2$$

$$5^2 + MB^2 = 7^2$$

$$MB^2 = 7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$$

$$MB = \sqrt{24}$$

ដោយ OM គូសចេញពីផ្ចិត O ហើយកែងនឹង AB នាំឱ្យ OM កែងចំកណ្ដាលនៃ AB ។

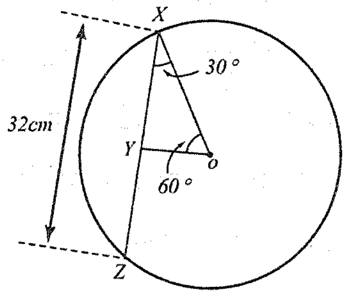
គេបាន $MB = MA$

$$AB = 2MB = 2\sqrt{24} \cong 2 \times 4.899 = 9.80cm$$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O គេមាន

$\angle OXY = 30°$, $\angle XOY = 60°$ និង $XZ = 32cm$ ។

ចូររករង្វាស់ XY ។



ចម្លើយ : ក្នុង ΔOXY គេមាន

$\angle OYX + \angle OXY + \angle XOY = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ) ។

នាំឱ្យ $\angle OYX = 180° - \angle OXY - \angle XOY$

$$= 180° - 30° - 60° = 90°$$

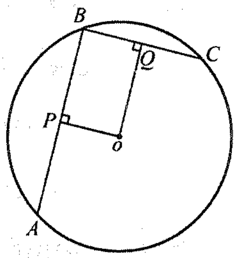
ដោយ $\angle OYX = 90°$ និង O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ នោះ OY ជាបន្ទាត់កែងទៅនឹងចំណុចកណ្ដាលនៃ XZ ។

នាំឱ្យ $YX = \frac{1}{2} \times XZ$

$$= \frac{1}{2} \times 32 = 16$$

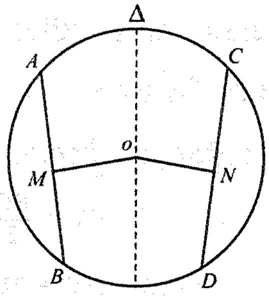
ដូចនេះ $XY = 16cm$ ។

ប្រតិបត្តិ : គេមាន O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់និង $AB = 25cm$ និង $BQ = 6.5cm$ ដូចរូបខាងស្ដាំនេះ ។ ចូរគណនាប្រវែង AP និង BC ។

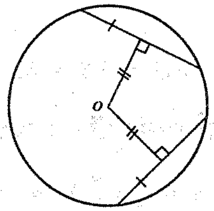


1.2. អង្កត់ធ្នូស្មើគ្នា

ឧទាហរណ៍ : គូសរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំ $4cm$ ។ គូសអង្កត់ធ្នូ AB និង CD ឱ្យមានប្រវែងស្មើគ្នា ។ ភ្ជាប់ O ទៅ M ចំណុចកណ្ដាលនៃ AB និងភ្ជាប់ពី O ទៅ N ចំណុចកណ្ដាលនៃ CD ។ បើយើងបត់រង្វង់តាមបន្ទាត់ Δ នោះយើងសង្កេតឃើញថា AB ត្រួតស៊ីគ្នានិង CD ហើយ OM ស្ថិតនៅលើ ON នាំឱ្យ $OM = ON$ ។ OM , ON ហៅថាចម្ងាយរៀងគ្នាពីផ្ចិត O ទៅអង្កត់ធ្នូ AB និង CD ។



ជាទូទៅ : អង្កត់ធ្នូពីរមានប្រវែងស្មើគ្នានៅក្នុងរង្វង់មួយ ត្រូវមានចម្ងាយស្មើគ្នាពីផ្ចិតនៃរង្វង់នោះ ។



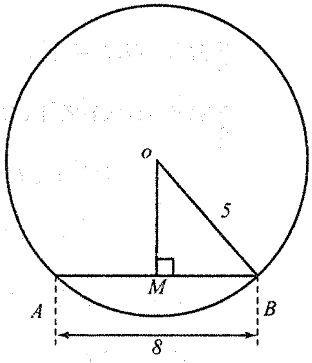
ច្រាសមកវិញ : អង្កត់ធ្នូក្នុងរង្វង់មួយដែលមានចម្ងាយស្មើគ្នាពីផ្ចិតនៃរង្វង់ជាអង្កត់ធ្នូប៉ុនគ្នា ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គេមានរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំ $5cm$ និងអង្កត់ផ្ចិតប្រវែង $8cm$ ដូចរូបខាងស្ដាំ ។ ចូររកចម្ងាយពីផ្ចិតនៃរង្វង់ទៅអង្កត់ធ្នូ ។

ចម្លើយ : គេមាន O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់និង M ជាចំណុចកណ្ដាលនៃអង្កត់ធ្នូ AB

ដោយ $AM = MB = 4cm$

ក្នុង ΔOBM តាមទ្រឹស្ដីបទពីតាគ័រ



គេបាន $OM^2 + 4^2 = 5^2$

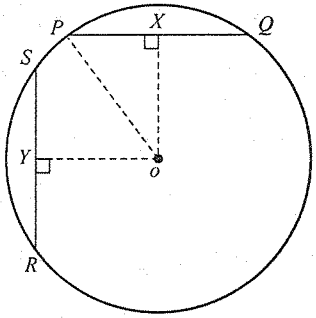
$$OM^2 + 16 = 25$$

$$OM^2 = 25 - 16 = 9$$

$$OM = \sqrt{9} = 3cm$$

ដូចនេះ ចម្ងាយពីផ្ចិតនៃរង្វង់ទៅអង្កត់ធ្នូគឺ $3cm$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ក្នុងរូបភាពខាងស្តាំនេះ O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ដែលមានកាំ $5cm$ ហើយ $PQ = RS = 6cm$ ។ ចូររកប្រវែង OY និង OX ។



ចម្លើយ : ក្នុងត្រីកោណកែង OPX

$$PX = \frac{PQ}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

គេបាន $OX^2 + PX^2 = OP^2$

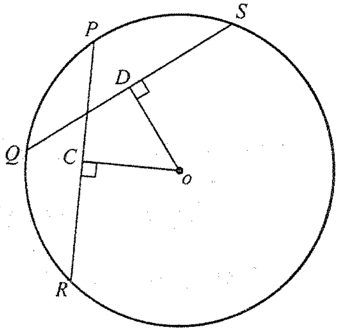
$$OX^2 + 3^2 = 5^2$$

$$OX^2 = 25 - 9 = 16$$

$$OX = 4cm$$

$PQ = RS = 6cm$ នាំឱ្យ $OY = OX = 4cm$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : គេមានរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំ $10cm$ ហើយ $PR = QS$ និង $OC = 5cm$ ។ ចូរគណនាប្រវែង OD និង PR ។



ចម្លើយ : យើងដឹងថាអង្កត់ធ្នូ $PR = QS$ ហើយ $OC = OD = 6cm$

ដូចនេះ $OD = 6cm$ ។

ក្នុងត្រីកោណកែង OCR

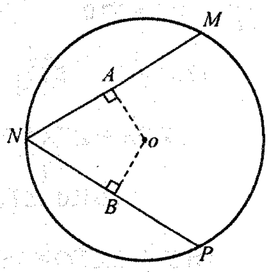
$$OC^2 + CR^2 = OR^2$$

$$6^2 + CR^2 = 10^2$$

$CR^2 = 100 - 36 = 64$ នាំឱ្យ $CR = 8cm$

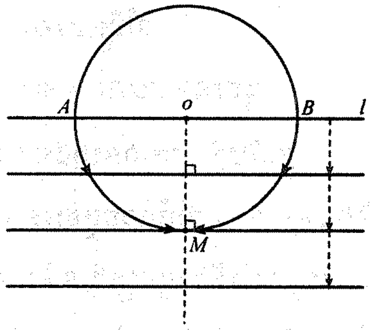
$OC \perp PR$, $PR = 2CR = 2 \times 8 = 16cm$ ។

ប្រតិបត្តិ :



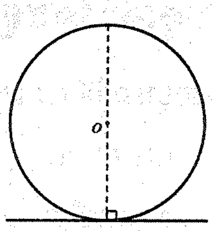
នៅក្នុងរូបភាពខាងស្តាំនេះគេមាន O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ហើយ $OA = OB = 5.5cm$ និង $MN = 9cm$ ។ ចូររកប្រវែង NP ។

2. បន្ទាត់ប៉ះ

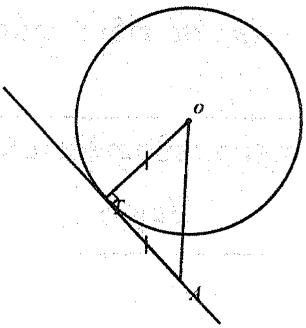


ឧទាហរណ៍ : នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O (ដូចរូបខាងស្តាំនេះ) គេមានអង្កត់ផ្ចិត AB នៅលើបន្ទាត់ l ។ កាលណាបន្ទាត់ l រំកិលចុះពីផ្ចិត O ដោយរក្សាទីតាំងស្របនឹងបន្ទាត់ AB នោះចម្ងាយរវាងចំណុច A និង B កាន់តែតូចទៅៗ រហូតមកត្រួតស៊ីគ្នានឹងចំណុច M ។ ក្នុងករណីនេះបន្ទាត់ l ប្រសព្វនឹងរង្វង់ត្រង់មួយចំណុច M ។ បន្ទាត់នេះហៅថា **បន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់** ឬ **បន្ទាត់ប៉ះ** ។ ម្យ៉ាងទៀតចំណុច នៃបន្ទាត់ប៉ះប្រសព្វនឹងរង្វង់នឹងហៅថា **ចំណុចប៉ះ** ។

ជាទូទៅ : បន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រូវកែងទៅនឹងកាំឬ
អង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ត្រង់ចំណុចប៉ះ ។



លំហាត់គំរូ : នៅក្នុងរូបខាងស្តាំ O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ។ TA ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ត្រង់ T ដែល $OT = TA$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំនៃត្រីកោណ OTA ។



ចម្លើយ : TA ជាបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ T និង OT ជាកាំនៃរង្វង់

គេបាន $\angle OTA = 90°$

ក្នុង ΔOTA មាន

$OT = TA$ នាំឱ្យ $\angle TOA = \angle TAO$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត)

$\angle TOA + \angle TAO + \angle OTA = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុង Δ មួយ)

ដោយ $\angle TOA = \angle TAO$

គេបាន $2\angle TOA + 90° = 180°$

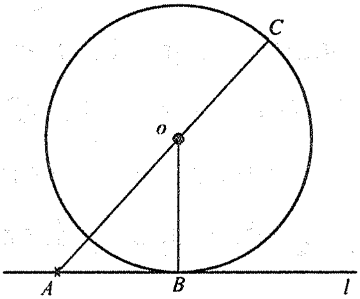
$2\angle TOA = 180° - 90° = 90°$

$2\angle TOA = 90°$

នាំឱ្យ $\angle TOA = 45°$

ដូចនេះ $\angle OTA = 90°$, $\angle TOA = 45°$ និង $\angle TAO = 45°$ ។

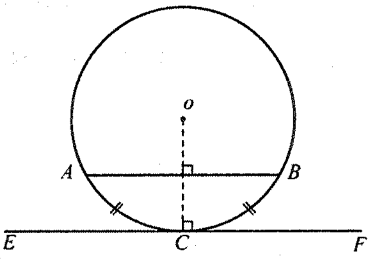
ប្រតិបត្តិ : គេមានរង្វង់មួយដែលមានផ្ចិត O និងកាំស្មើនឹង $2cm$ ។ A ជាចំណុចមួយនៅក្រៅរង្វង់ ។ ពីចំណុច A គេគូសបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ B និងបន្ទាត់មួយទៀតកាត់តាមផ្ចិត O និងកាត់រង្វង់ត្រង់ C ។ បើគេដឹងថា $AB = OB$ ចូរគណនារង្វាស់ AC ។



3. លក្ខណៈនៃបន្ទាត់ប៉ះ

ឧទាហរណ៍ទី1 : គេឱ្យបន្ទាត់ EF ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O ត្រង់ C ដែលមាន $AB \parallel EF$ ។

ស្រាយបំភ្លឺថា $\cup AC = \cup BC$ ។



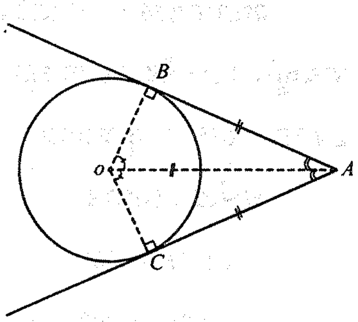
សម្រាយបញ្ជាក់ : បន្ទាត់ EF ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ចំណុច C

នាំឱ្យ $OC \perp EF$ តែ $AB \parallel EF$

$AB \perp OC$ នាំឱ្យ C ជាចំណុចកណ្តាលនៃធ្នូ AB ។ ដូចនេះ $\cup AC = \cup BC$ ។

ជាទូទៅ : បើបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ស្របទៅនឹងអង្កត់ធ្នូមួយនោះ ចំណុចប៉ះចែកធ្នូសន្ទឹងជាពីរផ្នែកប៉ុនគ្នា ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 **:** គេឱ្យបន្ទាត់ពីរ AB និង CD ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O ត្រង់ចំណុចរៀង B និង C ។



ស្រាយបំភ្លឺថា ក. $AB = AC$

ខ. $\angle BAO = \angle OAC$

គ. $\angle BOA = \angle AOC$

ឃ. $\angle OBA = \angle OCA$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ **:** ក្នុងត្រីកោណកែង OAB និង OAC មាន

OA ជាអ៊ីប៉ូតេនុសរួម

$OB = OC$ (កាំនៃរង្វង់តែមួយ)

ដូចនេះ $\Delta AOB \cong \Delta AOC$ (អ.ជ)

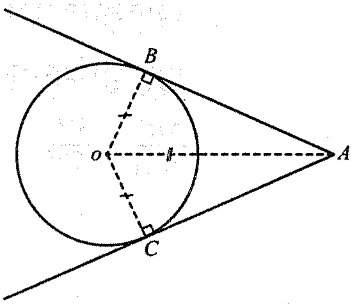
វិបាក : $AB = AC$

$\angle BAO = \angle OAC$

$\angle OBA = \angle OCA$

$\angle BOA = \angle COA$ ។

ជាទូទៅ **:** បើបន្ទាត់ពីរគូសចេញពីចំណុចរួមមួយនៅក្រៅរង្វង់ហើយប៉ះរង្វង់នេះត្រង់ចំណុច B និង C គេបាន

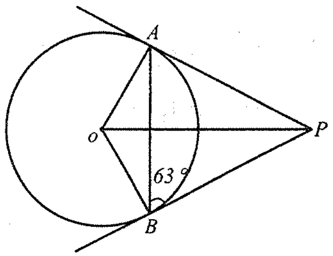


1. បន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់កែងទៅនឹងកាំត្រង់ចំណុចប៉ះ
   $\angle OBA = \angle OCA = 90°$
2. បន្ទាត់ប៉ះពីរទៅនឹងរង្វង់ដែលគូសចេញពីចំណុចរួមមួយនៅក្រៅរង្វង់មានប្រវែងស្មើគ្នា $AB = AC$
3. បន្ទាត់ដែលគូសចេញពីចំណុចក្រៅរង្វង់មុំឈមទៅផ្ចិតនៃរង្វង់ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំឈមដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ប៉ះទាំងពីរនិងមុំដែលផ្គុំដោយកាំនៃរង្វង់ ។

   (i) $\angle OAB = \angle OAC$

   (ii) $\angle COA = \angle BOA$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់មួយ(ដូចរូបខាងស្ដាំ) ។ PA និង PB ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ ។ បើ $\angle ABP = 63°$ ។ ចូរគណនា $\angle AOB$ និង $\angle AOP$



ចម្លើយ : គេមាន

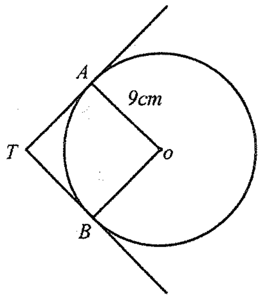
$\angle OBP = 90°$

$\angle ABO = 90° - 63° = 27°$

$\angle AOB = 180° - 27° - 27° = 126°$

$\angle AOP = \frac{1}{2}(126°) = 63°$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : TA និង TB ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំ $9cm$ ។ បើ $\angle ATB = 110°$ ។ ចូរគណនា



ក. $\angle AOB$

ខ. ផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថាសតូច AOB ដែល $\pi = \frac{22}{7}$ ។

ចម្លើយ :

ក. $\angle OBT = \angle OAT = 90°$

នាំឱ្យ $\angle AOB = 360° - 110° - 90° - 90° = 70°$

ខ. ផ្ទៃក្រឡាចម្រៀកថាសតូច

ផ្ទៃក្រឡានៃថាសទាំងមូល πR^2 ត្រូវនឹងមុំ $360°$

ផ្ទៃក្រឡានៃចម្រៀកថាស S_{AOB} ត្រូវនឹងមុំ $70°$

$$\frac{\pi R^2}{S_{AOB}} = \frac{360°}{70°} \quad , \quad S_{AOB} = \frac{70°}{360°} \times \pi R^2$$

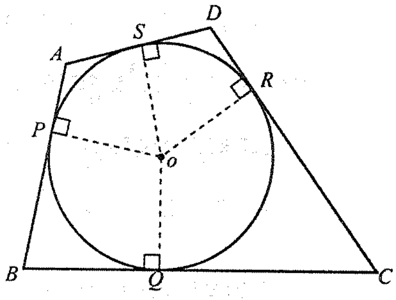
$$= \frac{70°}{360°} \times \frac{22}{7} \times 9 \times 9$$

$$= 49.5cm^2 \text{ ។}$$

ប្រតិបត្តិ : ST និង RT ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់មួយមានផ្ចិត O ដែល $ST = RT = 20cm$ ។ បើ TQO ជាបន្ទាត់ត្រង់មួយដែល $TQ = 10cm$ ។ ចូរគណនាកាំនៃរង្វង់ OQ ។

4. អនុវត្តន៍លក្ខណៈជ្រុងឈមនៃចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់

ឧទាហរណ៍ : នៅក្នុងចតុកោណ $ABCD$ (រូបខាងស្តាំ) ជ្រុងទាំងបួនជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ P , Q , R និង S ។ ចតុកោណ $ABCD$ ដែលមានជ្រុងទាំងបួនប៉ះរង្វង់តែមួយ ហៅថាចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់ ។



បង្ហាញថា :

ក. $AP = AS$, $BP = BQ$, $CQ = CR$ និង $DR = DS$ ។

ខ. បង្ហាញថា $AB + CD = AD + BC$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់ :

ក. AS និង AP ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ S និង P ដែលគូសចេញពីចំណុចតែមួយ A

គេបាន $AS = AP$ ។

BP និង BQ ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ P និង Q ដែលគូសចេញពីចំណុចតែមួយ B

គេបាន $BP = BQ$ ។

CQ និង CR ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ Q និង R ដែលគូសចេញពីចំណុចតែមួយ C

គេបាន $CQ = CR$ ។

DS និង DR ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ S និង R ដែលគូសចេញពីចំណុចតែមួយ D ។

គេបាន $DS = DR$ ។

ខ. បង្ហាញថា $AB + CD = AD + BC$

តែ $AB = AP + PB$, $AD = AS + SD$

$CD = CR + RD$, $BC = BQ + QC$

ដូចនេះ $AB + CD = (AP + PB) + (CR + RD)$

$= AS + BQ + QC + SD$

$= AS + SD + BQ + QC$

$= AD + BC$

ដូចនេះ $AB + CD = AD + BC$ ។

តាមសម្រាយបញ្ជាក់ខាងលើគេទាញសន្និដ្ឋានបានថា ។

ជាទូទៅ : ក្នុងចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់ ផលបូករង្វាស់ជ្រុងឈមមានរង្វាស់ស្មើគ្នា ។

លំហាត់គំរូ : រង្វង់ផ្ចិត O ប៉ះនឹងជ្រុងទាំងបួននៃចតុកោណ $ABCD$ ដែល $AB = 20cm$, $CD = 14cm$, $BC = 11cm$ ។ ចូរគណនារង្វាស់ AD ។

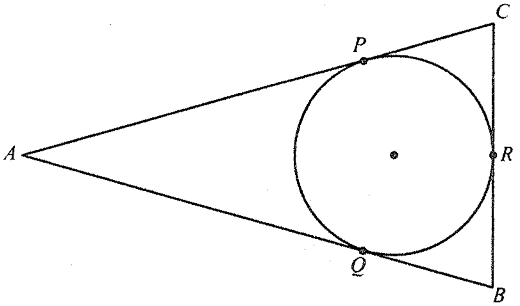
ចម្លើយ : ជ្រុងទាំងបួននៃ $ABCD$ ប៉ះរង្វង់ត្រង់ P , Q , R និង S

នោះឱ្យ ចតុកោណ $ABCD$ ជាចតុកោណចារឹកក្រៅរង្វង់

គេបាន $AB+CD = AD+BC$ នាំឱ្យ $AD = (AB+CD)-BC$

$AD = (20+14)-11 = 23$

ដូចនេះ $AD = 23$ ។



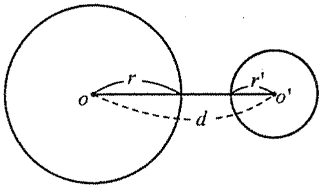
ប្រតិបត្តិ : ក្នុងរូបខាងស្ដាំនេះ ABC ជាត្រីកោណសមបាតដែលមានកំពូល A ។ ចូរស្រាយបំភ្លឺថា $BR = RC$ ។

5. ទីតាំងរង្វង់

គេមានរង្វង់ពីរដែលមានផ្ចិត O និង O' និងកាំរៀងគ្នា r និង r' ។ ហើយ d ជាចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរ (ដូចរូបខាងក្រោម) ។

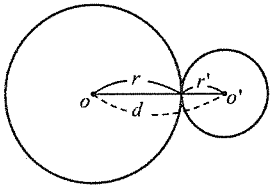
រូបពី (1) ដល់ (5) ខាងក្រោមបង្ហាញពីទីតាំងនៃរង្វង់ដែលមានចម្ងាយ d កាន់តែតូចទៅៗ ចាប់ផ្ដើមពីរូបទី (1) ទៅ ។

(1) $d > r + r'$



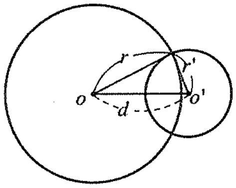
រង្វង់គ្មានចំណុចរួម

(2) $d = r + r'$



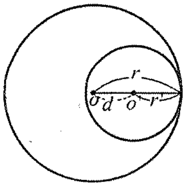
រង្វង់មានចំណុចរួមមួយ

(3) $r - r' < d < r + r'$



រង្វង់កាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុច

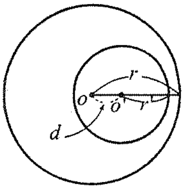
(4) $d = r - r'$



រង្វង់មានចំណុចរួមមួយ

រង្វង់ទាំងពីរជារង្វង់ប៉ះក្នុង

(5) $d < r + r'$



រង្វង់គ្មានចំណុចរួម

រង្វង់តូចនៅក្នុងរង្វង់ធំ

កាលណារង្វង់ពីរកាត់គ្នាត្រង់មួយចំណុចដូចរូប (2) និងរូប (4) គេថារង្វង់ទាំងពីរប៉ះគ្នា ។ ចំណុចប្រសព្វជាចំណុចប៉ះ ។ ក្នុងករណីទាំងពីរនេះ ចំណុចប៉ះស្ថិតនៅលើបន្ទាត់កាត់ផ្ចិតនៃរង្វង់ទាំងពីរ ។

ក្នុងរូបទី (2) គេថារង្វង់ប៉ះក្រៅនិងរូបទី (4) គេថារង្វង់ប៉ះក្នុង ។

រូបទី (3) ជាករណីដែលរង្វង់ពីរប្រសព្វគ្នា ។

ចំណុចប្រសព្វទាំងពីរឆ្លុះគ្នា ធៀបនឹងបន្ទាត់ដែលកាត់តាមផ្ចិតនៃរង្វង់ទាំងពីរ ។

លំហាត់គំរូ : គេឱ្យរង្វង់ពីរដែលមានកាំរៀងគ្នា $r = 5cm$, $r' = 3cm$ ហើយ OO' ជាចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរដែល $OO' = 2x+1$ ។ ចូរកំណត់ x ដើម្បីឱ្យ

ក. រង្វង់ពីរប៉ះក្រៅ

ខ. រង្វង់កាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុច ។

ចម្លើយ :

ក. រង្វង់ពីរប៉ះក្រៅកាលណា $d = r+r' = 8+5 = 13$ ។

$OO' = d = 2x+1$ ជាចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរ ។

គេបាន $2x+1 = 12$ នាំឱ្យ $x = 6$ ហេតុនេះ $x = 6cm$

ដូចនេះ រង្វង់ពីរប៉ះគ្នារួមក្រៅកាលណា $x = 6$ ។

ខ. រង្វង់ពីរកាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុចកាលណា $r-r' < d < r+r'$

គេបាន $8-5 < d < 8+5$

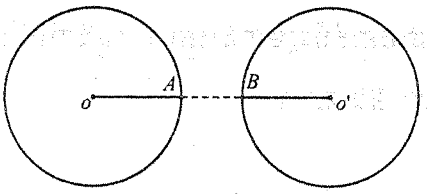
$3 < 2x+1 < 13$ ឬ $4 < 2x < 12$

$2 < x < 6$

ដូចនេះ រង្វង់កាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុចកាលណា $2 < x < 6$ ។

ហេតុនេះ $2cm < x < 6cm$

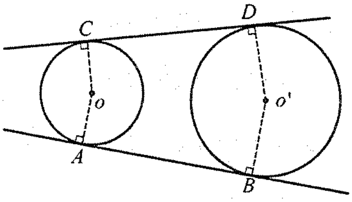
ប្រតិបត្តិ : គេឱ្យរង្វង់ពីរ ដែលមានកាំរៀងគ្នា $r = 5cm$, $r' = 3cm$ ។ OO' កាត់រង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A , B ។ ចូរគណនាប្រវែង AB ។



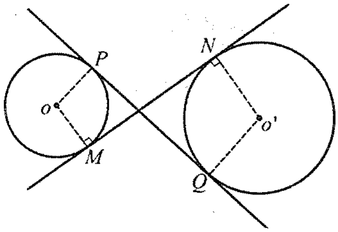
៦. បន្ទាត់ប៉ះរួម

បន្ទាត់ប៉ះរួមនៃរង្វង់ពីរផ្សេងគ្នាអាស្រ័យលើទំនាក់ទំនងទីតាំងនៃរង្វង់ទាំងពីរដូចរូបខាងក្រោម ។

ក. រង្វង់គ្មានចំណុចរួម

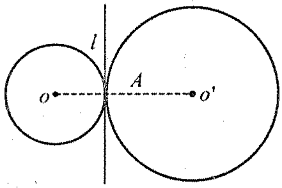


- រង្វង់ទាំងពីរគ្មានចំណុចរួម AB និង CD ហៅថាបន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្រៅ ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃបន្ទាត់ AB និង CD ។

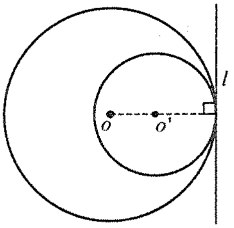


- រង្វង់ទាំងពីរគ្មានចំណុចរួម បន្ទាត់ MN និង PQ ហៅថាបន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្នុង ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅសងខាងនៃបន្ទាត់ MN និង PQ ។

ខ. រង្វង់ប៉ះគ្នា

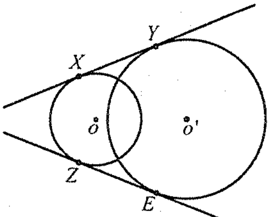


- រង្វង់ពីរមានចំណុចរួមមួយ ហៅថារង្វង់ប៉ះគ្នា ។ l ជាបន្ទាត់ប៉ះរួមដែលរង្វង់ទាំងពីរ ស្ថិតនៅសងខាងនៃបន្ទាត់ l ។



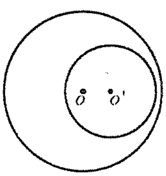
- រង្វង់ទាំងពីរមានចំណុចរួមមួយ ។ l ជាបន្ទាត់ប៉ះរួម ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃបន្ទាត់ l ។

គ. រង្វង់កាត់គ្នា



រង្វង់ទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុច ។ បន្ទាត់ XY និង ZE ជាបន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្រៅ ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅតែម្ខាងនៃ XY និង ZE ។

ឃ. រង្វង់តូចនៅក្នុងរង្វង់ធំ



គ្មានចំណុចប៉ះរួម ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គេមានរង្វង់ពីរ ផ្សេងគ្នាដែលមានរង្វាស់កាំ a និង b គិតជា cm ហើយ ចម្ងាយរវាងរង្វង់ទាំងពីរស្មើ d ។ ចូររកចំនួនបន្ទាត់ប៉ះរួមតាមករណីខាងក្រោម ។

	ក	ខ	គ	ឃ
a	3	4	2	5
b	5	3	3	3
d	10	6	5	2
បន្ទាត់ប៉ះ				

ក. $d>a+b$ នាំឱ្យរង្វង់ទាំងពីរគ្មានចំណុចរួម ។ ដូចនេះមានបន្ទាត់ប៉ះ 4 ។

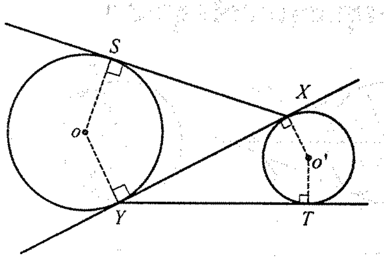
ខ. $a-b<d<a+b$ នាំឱ្យរង្វង់ទាំងពីរកាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុច ។ ដូចនេះមានបន្ទាត់ប៉ះរួម 2 ។

គ. $d = a+b$ នាំឱ្យរង្វង់ពីរប៉ះគ្នាមានចំណុចរួមមួយ ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅសងខាងនៃបន្ទាត់ប៉ះ ។ ដូចនេះមានបន្ទាត់ប៉ះរួម 3 ។

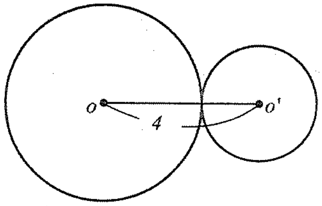
ឃ. $d = b-a$ នាំឱ្យរង្វង់ពីរប៉ះគ្នាមានចំណុចរួមមួយ ។ រង្វង់ទាំងពីរស្ថិតនៅម្ខាងនៃបន្ទាត់ប៉ះ ។ ដូចនេះមានបន្ទាត់ប៉ះរួម 1 ។

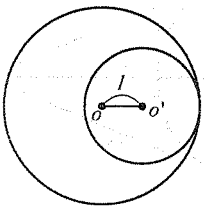
លំហាត់គំរូទី 2 : XY ជាបន្ទាត់ប៉ះរួមខាងក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O និង O' ។ XS ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O ត្រង់ S ហើយ YT ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O' ត្រង់ T ។ ចូរបង្ហាញថា $XS = YT$ ។

ចម្លើយ : គេមាន $XY = XS$ បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ផ្ចិត O គូសចេញពីចំណុចរួម ។ $XY = YT$ បន្ទាត់ប៉ះរួម គូសចេញពីចំណុចរួម ។ ដូចនេះ $XS = YT$ ។



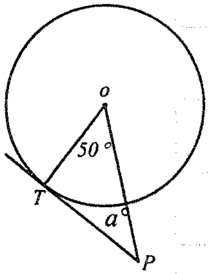
ប្រតិបត្តិ : គេមានរង្វង់ពីរ មានទំហំខុសគ្នាដែលមានផ្ចិត O និង O' ។ រង្វង់ទាំងពីរនេះមានបន្ទាត់ប៉ះរួមមួយ ដែលមានចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរស្មើនឹង $4cm$ និងមានចម្ងាយរវាងផ្ចិតទាំងពីរស្មើនឹង $1cm$ ដូចរូបខាងក្រោម ។ ចូរគណនាកាំនៃរង្វង់ទាំងពីរ ។



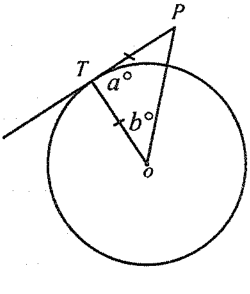


? លំហាត់

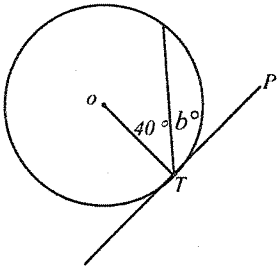
1. ក្នុងរូបនីមួយៗខាងក្រោមនេះ គេមានរង្វង់ផ្ចិត O និង PT ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ត្រង់ T ។



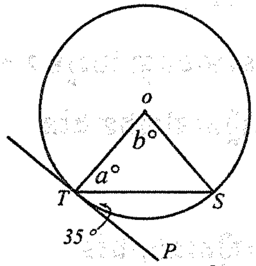
ក. ចូររកតម្លៃនៃមុំ a



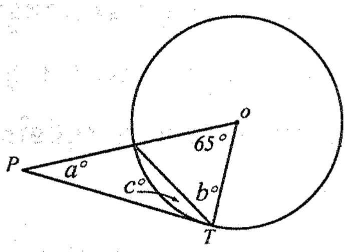
ខ. ចូររកតម្លៃនៃមុំ a និងមុំ b



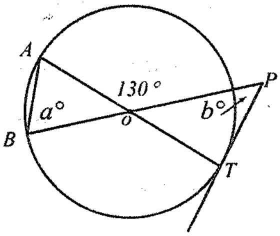
គ. ចូររកតម្លៃនៃមុំ b



ឃ. ចូររកតម្លៃនៃមុំ a និងមុំ b

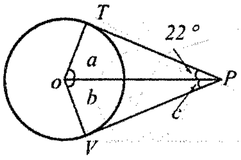


ង. ចូររកតម្លៃនៃមុំ a , b និងមុំ c

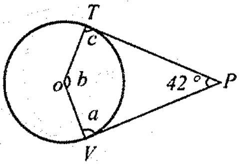


ច. AOT និង BOP ជាបន្ទាត់ត្រង់ ចូររកតម្លៃនៃមុំ a និងមុំ b ។

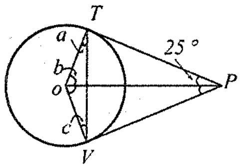
2. ក្នុងរូបនីមួយៗខាងក្រោមនេះ គេមាន PT និង PV ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត O ត្រង់ T និង V ។រករង្វាស់មុំដែលមិនស្គាល់ ។



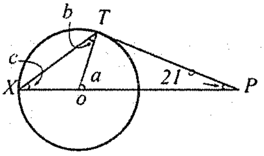
(ក)



(ខ)

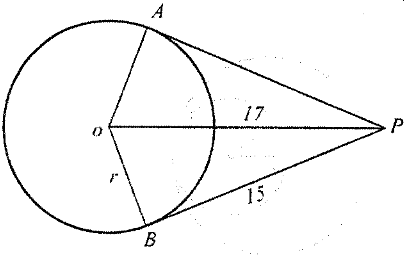


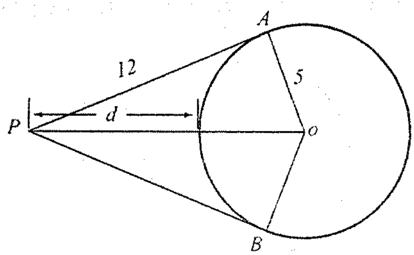
(គ)



(ឃ)

3. គេមានរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមាន PA និង PB ជាបន្ទាត់ប៉ះនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A និង B ដូចរូបខាងក្រោម ។ ចូរគណនារង្វាស់កាំ r និងរង្វាស់ d ។ រង្វាស់គិតជា cm ។





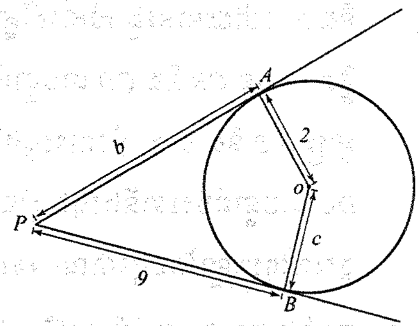
4. នៅក្នុងរូបខាងស្តាំនេះមាន O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ហើយ PA និង PB ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A និង B ។ រង្វាស់គិតជា cm ។

ចូរគណនា : ក. រង្វាស់ b ។

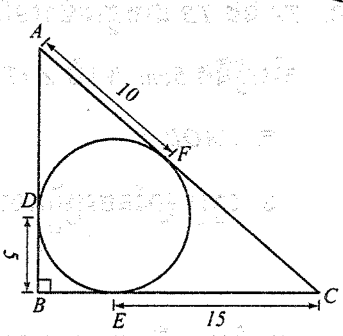
ខ. រង្វាស់ c ។

គ. បរិមាត្រនៃចតុកោណ $OAPB$ ។

ឃ. ផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $OAPB$ ។



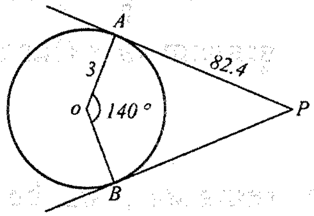
5. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះមាន AB , BC និង AC ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ D , E និង F ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។ រង្វាស់គិតជា cm ។



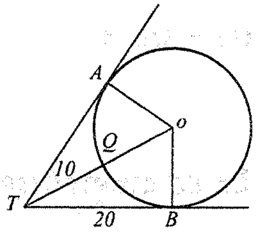
6. គេមាន PA និង PB ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និងកាំ $3cm$ ។ គេឱ្យ $AP = 82.4cm$ និង $\angle AOB = 140°$ ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡា

ក. ចតុកោណ $APBO$ ។

ខ. ផ្ទៃក្រឡានៃចម្រៀកថាសតូច AOB យក $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ ។



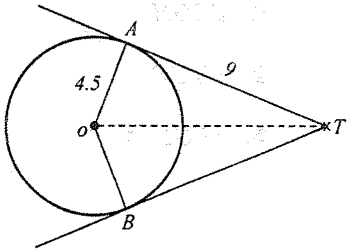
7. ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O គេមាន AT និង BT មានប្រវែង $20cm$ ។ បើ TQO ជាបន្ទាត់ត្រង់ដែល $TQ = 10cm$ ។ ចូររករង្វាស់នៃកាំរង្វង់ ។



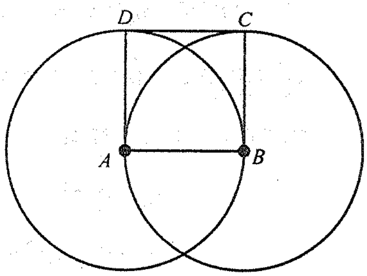
8. នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំស្មើនឹង $4.5cm$ ។ គេមាន TA និង TB ជាបន្ទាត់ប៉ះ នឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A និង B ដែល $TA = 9cm$ ។

ក. ចូររកបរិមាត្រនៃចតុកោណ $OATB$ ។

ខ. ចូររកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $OATB$ ។



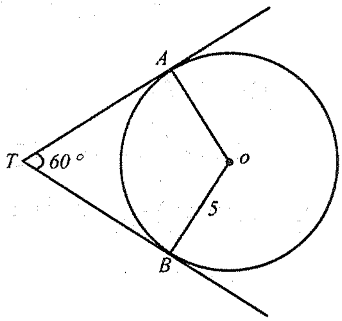
9. នៅក្នុងរូបខាងស្ដាំនេះគេឱ្យរង្វង់ពីរដែលមានផ្ចិត A និង B ហើយមានរង្វាស់កាំស្មើគ្នា $4cm$ ។ ចំពោះរង្វង់ផ្ចិត A មាន CB និង CD ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ B និង D ។ ចំពោះរង្វង់ផ្ចិត B មាន DA និង DC ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់រៀងគ្នាត្រង់ A និង C ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $ABCD$ ។



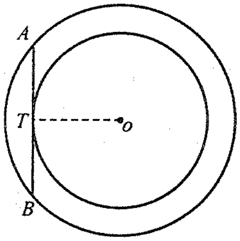
10. TA និង TB ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានកាំស្មើនឹង $5cm$ ។ បើ $\angle ATB = 60°$ ចូរគណនា

ក. $\angle AOB$ ។

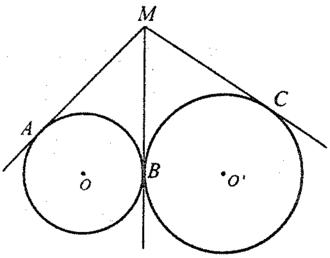
ខ. ផ្ទៃក្រឡានៃចម្រៀកថាសតូច AOB $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ ។



11. រង្វង់ពីរមានផ្ចិតរួម O មានកាំ $8cm$ និង $10cm$ ។ AB ជាអង្កត់ធ្នូនៃរង្វង់ធំហើយប៉ះរង្វង់តូចត្រង់ T ។ ចូរគណនា AB ។ (ណែនាំ : គូស OA និង OB)



12. គេមាន MA , MB និង MC ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត O និងផ្ចិត O' ។ ចូរបង្ហាញថា $MA = MC$ ។



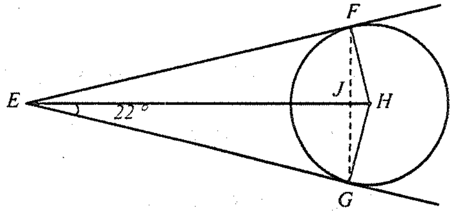
13. EF និង EG ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ផ្ចិត H ។

គេមាន $\angle JEF = 22°$ ។ ចូរគណនា ។

ក. $\angle EGH$

ខ. $\angle HGF$

គ. $\angle FGE$ ។



មេរៀនទី

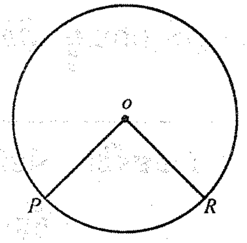
14 លក្ខណៈមុំនៃរង្វង់

វត្ថុបំណង

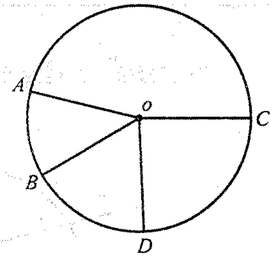
- គណនាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ ។
- បង្ហាញលក្ខណៈនៃមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ ។
- គណនាមុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ ។
- គណនាមុំក្នុង និងមុំក្រៅរង្វង់ ។
- គណនាមុំដែលកើតឡើងដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូ ។

1. មុំផ្ចិត

នៅថ្នាក់ទី 8 យើងបានសិក្សារួចមកហើយនូវមុំផ្ចិត ។



ឧទាហរណ៍ទី 1: គេមានរង្វង់ផ្ចិត O គេគូសកាំ OP និង OR គេបានមុំផ្ចិតពីរ គឺមុំលយ $\angle POR$ ស្កាត់ដោយធ្នូតូច PR និងមុំឆក $\angle POR$ ស្កាត់ដោយធ្នូធំ PR ។ មុំទាំងពីរនេះហៅថាមុំផ្ចិត ។



ឧទាហរណ៍ទី 2: គេមានធ្នូពីរ AB និង DC នៅលើរង្វង់ផ្ចិត O ។ ធ្នូ AB ស្កាត់ដោយមុំផ្ចិត $\angle AOB$ និងធ្នូ DC ស្កាត់ដោយមុំផ្ចិត $\angle COD$ ។ បើធ្នូ AB និងធ្នូ DC ត្រួតស៊ីគ្នានោះ ធ្នូទាំងពីរប៉ុនគ្នា គេបានមុំផ្ចិតដែលស្កាត់ធ្នូទាំងពីរក៏ប៉ុនគ្នាដែរ ។

> ***ជាទូទៅ :*** ក្នុងរង្វង់មួយធ្នូពីរប៉ុនគ្នា ស្កាត់ដោយមុំផ្ចិតពីរប៉ុនគ្នា ហើយច្រាសមកវិញ កាលណាមុំផ្ចិតពីរប៉ុនគ្នានោះធ្នូស្កាត់ទាំងពីរក៏ប៉ុនគ្នា ។

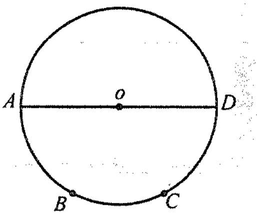
លំហាត់គំរូ : នៅក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O គេឱ្យអង្កត់ផ្ចិត AD ហើយ C ជាចំណុចមួយនៃធ្នូ BD ដែល $\overset{\frown}{AB} = 40°$ និង $\overset{\frown}{CD} = 60°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់ $\angle AOC$ ។

ចម្លើយ : $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$

$\angle AOB = \widehat{AB} = 40°$ (មុំផ្ចិតស្កាត់ធ្នូ AB)

$\angle BOC = 180° - \angle AOB + \angle COD$

$\angle BOC = 180° - 40° + 60° = 80°$



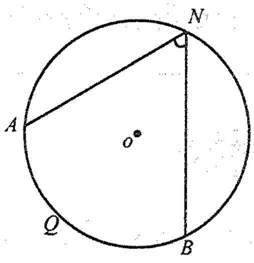
នាំឱ្យ $\angle AOC = 40° + 80° = 120°$ ។ ដូចនេះ $\angle AOC = 120°$ ។

ប្រតិបត្តិ : គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O និង B ជាចំណុចកណ្ដាលនៃធ្នូ AC ។ ចូរបង្ហាញថា $\angle AOB = \angle COB$ ។

2. មុំចារឹកក្នុងរង្វង់

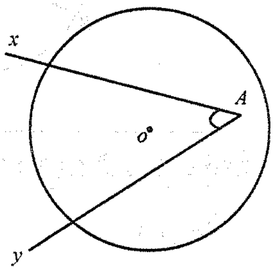
2.1. និយមន័យ

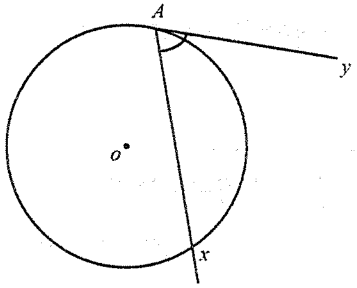
ឧទាហរណ៍ : គេមានរង្វង់ផ្ចិត O គេគូសអង្កត់ធ្នូពីរ AN និង NB កាត់គ្នាត្រង់ចំណុច N មួយនៅលើរង្វង់ ។ គេបានមុំ $\angle ANB$ ជាមុំដែលស្ថិតលើរង្វង់ ហៅថាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលស្កាត់ ដោយធ្នូ $\widehat{AQB}$ ។



> ***និយមន័យ :*** មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ជាមុំដែលមាន
> កំពូលស្ថិតនៅលើរង្វង់ ហើយជ្រុងទាំងពីរកាត់រង្វង់ជាអង្កត់ធ្នូ ។

លំហាត់គំរូ : តើមុំខាងក្រោមនេះជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ ឬទេ ? ព្រោះអ្វី ?



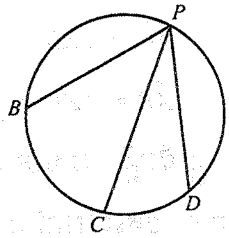


ចម្លើយ :

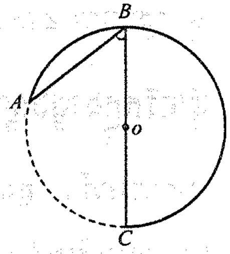
ក. មុំ $\angle xAy$ មិនមែនជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ទេព្រោះកំពូល A មិនស្ថិតនៅលើរង្វង់ ។

ខ. មុំ $\angle xAy$ មិនមែនជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ទេព្រោះជ្រុង Ay នៅក្រៅរង្វង់ ។

ប្រតិបត្តិ : តាមរូបខាងស្តាំនេះ តើមានមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ប៉ុន្មាន ?

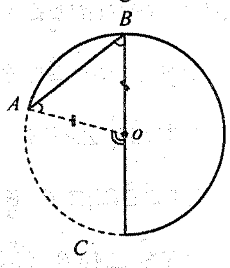


2.2. មុំចារឹកក្នុងរង្វង់និងធ្នូ



ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេឱ្យ $\angle ABC$ ជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់មានផ្ចិត O ។ BC ជាអង្កត់ផ្ចិត ។ បង្ហាញថា $\angle ABC = \frac{1}{2}\widehat{AC}$ ។

គូសភ្ជាប់ OA គេបានត្រីកោណសមបាត AOB ($OA = OB = r$ កាំរង្វង់) ។ ដូចនេះ $\angle A = \angle B$ ។ តែមុំ $\angle AOC = \angle A + \angle B$ មុំក្រៅនៃ ΔAOB ។ $\angle AOC = 2\angle B$ ឬ $\angle B = \frac{1}{2}\angle AOC$ ។ ដោយមុំ$\angle AOC = \widehat{AC}$ (មុំផ្ចិតស្កាត់ដោយធ្នូ AC) នាំឱ្យ $\angle B = \frac{1}{2}\widehat{AC}$ ។

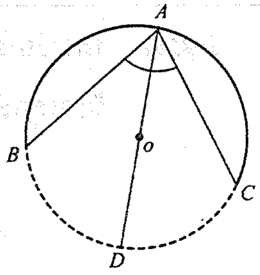


ឧទាហរណ៍ 2 : គេឱ្យ $\angle ABC$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលស្ថិតនៅក្នុង $\angle AOB$ ។

បង្ហាញថា $\angle ABC = \frac{1}{2}\widehat{AC}$ ។

គេមាន $\angle ABC$ ជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ ។

គូសអង្កត់ពីចំណុច B កាត់ផ្ចិត O ជួបរង្វង់ត្រង់ D ។



$$\angle BAC = \angle BAD + \angle DAC$$

$$= \frac{1}{2}\widehat{BD} + \frac{1}{2}\widehat{DC} \quad \text{(តាមឧទាហរណ៍ទី 1)}$$

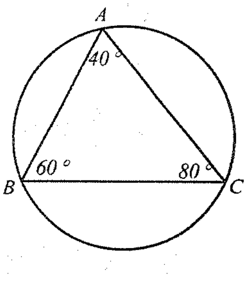
$$= \frac{1}{2}(\widehat{BD} + \widehat{DC})$$

$$= \frac{1}{2}\widehat{AC}$$

ដូចនេះ $\angle ABC = \frac{1}{2}\widehat{AC}$ ។

ជាទូទៅ : គ្រប់មុំចារឹកក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹងកន្លះ រង្វាស់ធ្នូដែលស្កាត់មុំនោះ ។

លំហាត់គំរូ : ចូរគណនាធ្នូ AB , AC , BC តាមរូបខាងស្តាំ ។



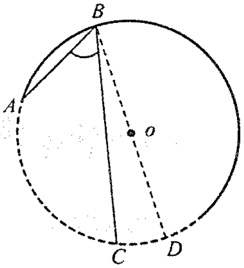
ចម្លើយ :

$\overset{\frown}{BC} = 2\angle A = 2\times 40^\circ = 80^\circ$

$\overset{\frown}{AC} = 2\angle B = 2\times 60^\circ = 120^\circ$

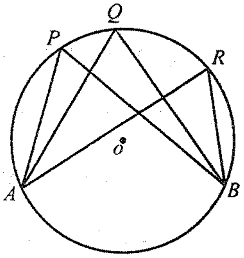
$\overset{\frown}{AB} = 2\angle C = 2\times 80^\circ = 160^\circ$ ។

ប្រតិបត្តិ : គេមាន $\angle ABC$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានចំណុច O ឋិតនៅក្រៅ $\angle ABC$ ។ ដោយប្រើលក្ខណៈនៃឧទាហរណ៍ទី 1 ចូរបង្ហាញថា $\angle ABC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$ (រូបខាងស្តាំ) ។



2.3. មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូតែមួយ

ឧទាហរណ៍ : គូសរង្វង់ផ្ចិត O និងកាំ $5cm$ ។ គេដៅចំណុចពីរ A និង B នៅលើរង្វង់ ។ ដៅចំណុចពីរ P និង Q លើធ្នូធំ $\overset{\frown}{AB}$ ។ ភ្ជាប់ AP , AQ , BP និង BQ ។



ក. វាស់មុំ $\angle APB$ និង $\angle AQB$ តើអ្នកសង្កេតឃើញដូចម្តេច ?

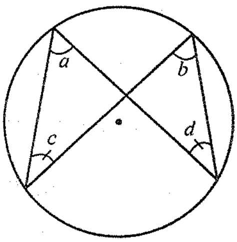
ខ. ដៅចំណុច R មួយទៀតនៅលើធ្នូធំ $\overset{\frown}{AB}$ ។ ភ្ជាប់ AR និង BR ។ វាស់មុំ $\angle ARB$ តើអ្នកសង្កេតឃើញដូចម្តេច ?

តាមសកម្មភាពនេះយើងសង្កេតឃើញថារង្វាស់មុំ $\angle APB = \angle AQB = \angle ARB$ ។

ជាទូទៅ : គ្រប់មុំចារឹកក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹងកន្លះរង្វាស់ធ្នូ ដែលស្កាត់មុំនោះ ។

$a = b$

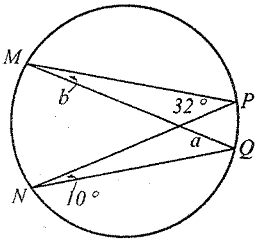
$c = d$



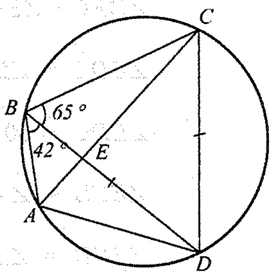
ឧទាហរណ៍ : តាមរូបខាងស្តាំនេះចូររករង្វាស់មុំ a និង b ។

$a = 32^\circ$ (មុំស្កាត់ធ្នូ MN តែមួយ)

$b = 10^\circ$ (មុំស្កាត់ធ្នូ PQ តែមួយ) ។



លំហាត់គំរូ : គេឱ្យអង្កត់ធ្នូ $BD = DC, \angle ABD = 42°$ និង $\angle DBC = 65°$ (ដូចរូបខាងស្តាំ) ។



ចូរគណនា :

ក. $\angle ADC$

ខ. $\angle BAC$

គ. $\angle DAB$

ឃ. $\angle DEC$ ។

ចម្លើយ :

ក. ក្នុង ΔBDC

គេបាន $\angle BDC + \angle DCB + \angle DBC = 180°$ (ផលបូកមុំនៃត្រីកោណមួយ)

$\angle DBC = 65°$ (សម្មតិកម្ម)

$\angle DCB = \angle DBC$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត)

$\angle DCB = 65°$

ដូចនេះ $\angle BDC + 65° + 65° = 180°$

នាំឱ្យ $\angle BDC = 180° - 130° = 50°$

ដូចនេះ $\angle BDC = 50°$ ។

ខ. គេបាន $\angle BAC = \angle BDC$ (មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូ BC តែមួយ)

នាំឱ្យ $\angle BAC = 50°$ ។

គ. គេមាន $\angle DAB = \angle DAC + \angle BAC$

$\angle DAC = \angle DBC$ (មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូ DC តែមួយ)

$\angle DBC = 65°$ (សម្មតិកម្ម)

នាំឱ្យ $\angle DAC = 65°$ ។

តាមចំណុច ខ. $\angle BAC = 50°$

ដូចនេះ $\angle DAB = 65° + 50° = 115°$

$\angle DAB = 115°$ ។

ឃ. ក្នុង ΔDEC គេបាន

$\angle DEC + \angle EDC + \angle ECD = 180°$ (ផលបូកមុំត្រីកោណ)

$\angle EDC = \angle BDC$

$\angle EDC = 50°$ (ពីរសំនួរ ក)

$\angle ECD = \angle ACD$

$\angle ACD = \angle ABD$ (មុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូ $\widehat{AD}$ តែមួយ)

$\angle ACD = 42°$

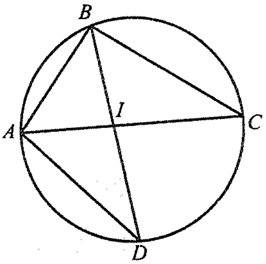
នាំឱ្យ $\angle ECD = 42°$ ។

ដូចនេះ $\angle DEC + 50° + 42° = 180°$

$\angle DEC = 180° - 92° = 88°$

$\angle DEC = 88°$ ។

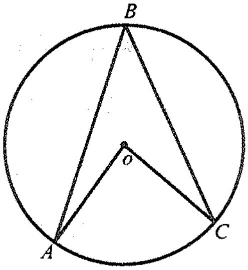
ប្រតិបត្តិ : ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះអង្កត់ធ្នូ AC ប្រសព្វនឹង BD ត្រង់ I ។ គេឱ្យ $\angle ACB = 34°$ និង $\angle CAD = 45°$ ។ ចូរគណនា $\angle AIB$ ។



2.4. មុំផ្ចិតនិងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់

នេះជាករណីពិសេសនៃទំនាក់ទំនងរវាងមុំផ្ចិតនិងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលស្កាត់ធ្នូតែមួយ ។

ឧទាហរណ៍ : គេគូសរង្វង់ផ្ចិត O និងកាំ $5Cm$ ។ ដៅចំណុច A , B និង C នៅលើរង្វង់ ។ គេបានមុំ $\angle ABC$ ជាមុំស្រួច ។ ភ្ជាប់ OA , OC , AB និង BC ។ វាស់មុំ $\angle ABC$ និង $\angle AOC$ ។ តើយើងកត់សម្គាល់ឃើញដូចម្តេច ?



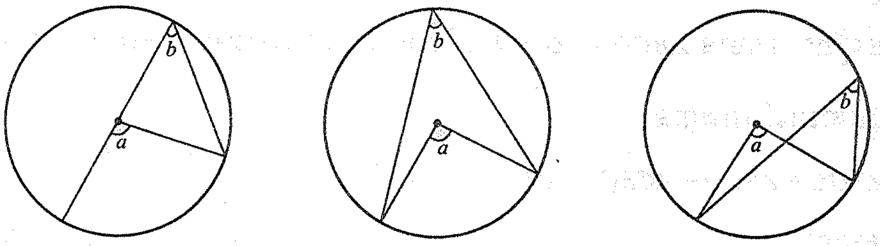
កាលណាគេវាស់មុំទាំងពីរនេះទៅយើងសង្កេតឃើញថា មុំ $\angle AOC = 2\angle ABC$ ។

តាមពិត $\angle AOC = \widehat{AC}$ មុំផ្ចិតស្កាត់ធ្នូ $\widehat{AC}$

$\angle ABC = \frac{\widehat{AC}}{2}$ មុំចារឹតក្នុងស្កាត់ធ្នូ $\widehat{AC}$

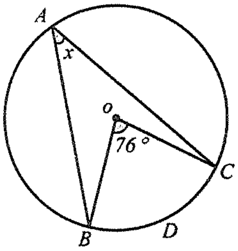
ហេតុនេះ $\angle AOC = 2\angle ABC$ ។

ជាទូទៅ : មុំផ្ចិតនៃរង្វង់មួយមានរង្វាស់ស្មើនឹងពីរដងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលស្កាត់ធ្នូតែមួយ ។

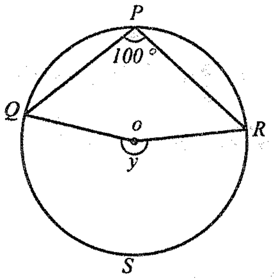


$a = 2b$

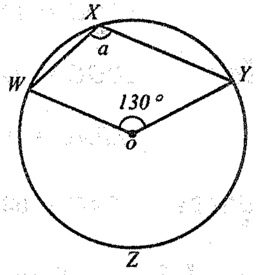
លំហាត់គំរូទី1 : ក្នុងរូបខាងក្រោមនេះ ចូររករង្វាស់មុំ x , y និង a ។



រូប(ក)



រូប(ខ)



រូប(គ)

ចម្លើយ :

ក. គេមាន $\angle BOC = 2\angle BAC$ (មុំផ្ចិតស្មើនឹងពីរដងមុំចារឹកក្នុងស្កាត់ធ្នូតែមួយ)

$$76° = 2x$$

$$x = \frac{76°}{2} = 38°$$

ដូចនេះ $x = 38°$ ។

ខ. គេមាន $y = 2\angle QPR$ (មុំផ្ចិតស្មើនឹងពីរដងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ស្កាត់ធ្នូតែមួយ)

$$y = 2 \times 100° = 200°$$

ដូចនេះ $y = 200°$ ។

គ. $\angle WOY = 360° - 130° = 230°$

$230° = 2a$ (មុំផ្ចិតស្មើនឹងពីរដងនៃមុំចារឹកក្នុងស្កាត់ធ្នូតែមួយ)

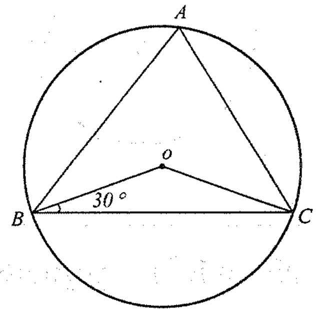
$$a = \frac{230}{2} = 115°$$

ដូចនេះ $a = 115°$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : រង្វង់មួយមានផ្ចិត O ដែល $\angle OBC = 30°$ ។

ចូរគណនា $\angle BCO$, $\angle BOC$ និង $\angle BAC$ ។

ចម្លើយ : គេមាន $\angle BCO = \angle CBO$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត BOC) $\angle BOC = 30°$ ។



ដូចគ្នានេះដែរគេបាន

$\angle BOC + \angle BCO + \angle CBO = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ)

នាំឱ្យ $\angle BOC + 30° + 30° = 180°$

ដូចនេះ $\angle BOC = 180° - 60° = 120°$ ។

$\angle BOC = 120°$

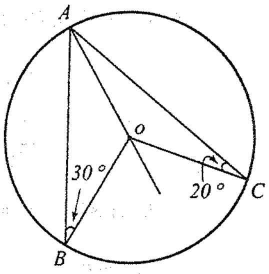
តែ $\angle BOC = 2\angle BAC$ (មុំផ្ចិតស្មើពីរដងមុំចារឹកក្នុង)

$2\angle BAC = 120°$ នាំឱ្យ $\angle BAC = \frac{120°}{2} = 60°$

ដូចនេះ $\angle BAC = 60°$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : រង្វង់មួយមានផ្ចិត O ដែល $\angle ABO = 30°$ និង $\angle ACO = 20°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ $\angle BAC$ និង $\angle BOC$ ។

ចម្លើយ : គេមាន $\angle BAC = \angle BAO + \angle CAO$



ក្នុង ΔBAO មាន $\angle BAO = \angle ABO$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត AOB)

$\angle ABO = 30°$ នាំឱ្យ $\angle BAO = 30°$ ។

ក្នុង ΔCAO មាន $\angle CAO = \angle ACO$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត AOC)

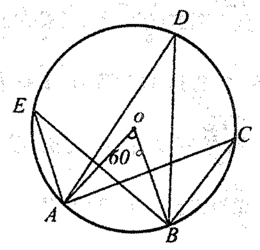
$\angle ACO = 20°$ នាំឱ្យ $\angle CAO = 20°$ ។

ដូចនេះ $\angle BAC = 30° + 20° = 50°$ ។

$\angle BOC = 2\angle BAC$ (មុំផ្ចិតស្មើពីរដងមុំចារឹកក្នុង)

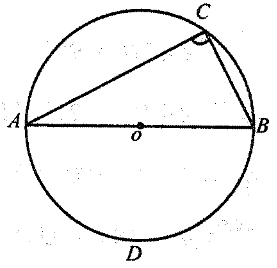
$\angle BOC = 2 \times 50° = 100°$ ។

ប្រតិបត្តិ : រង្វង់មួយមានផ្ចិត O ដែល $\angle AOB = 60°$ ។
ចូរគណនារង្វាស់មុំ $\angle ACB$, $\angle ADB$ និង $\angle AEB$ ។
(រូបខាងស្តាំ)



3. មុំចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់

ឧទាហរណ៍ : គេមានរង្វង់ផ្ចិត O និង AB ជាអង្កត់ធ្នូកាត់តាមផ្ចិតនៃរង្វង់ ។ គេបាន



- AB ជាអង្កត់ផ្ចិត
- ធ្នូ ADB និងធ្នូ ACB ជាកន្លះរង្វង់
- $\angle ACB$ ជាមុំស្ថិតនៅលើរង្វង់ ។

គេថា $\angle ACB$ ជាមុំចារឹកក្នុងកន្លះដែលស្មើនឹងពាក់កណ្តាលមុំផ្ចិតនោះ

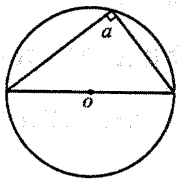
$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB$ ($\angle AOB = 180°$ ជាមុំរាប)

គេបាន $= \frac{1}{2} \times 180° = 90°$

ដូចនេះ $\angle ACB = 90°$ ។

ជាទូទៅ : គ្រប់មុំចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់ជាមុំកែង ។

$a = 90°$ ។



លំហាត់គំរូទី 1 : តាមរូបខាងស្តាំនេះ AB ជាអង្កត់ផ្ចិត ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ a និង b ។

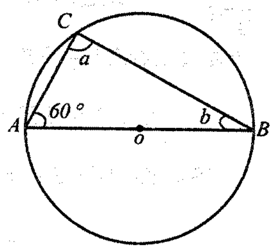
ចម្លើយ : គេបាន $a = 90°$ ជាមុំចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់ ។

ក្នុង ΔABC មាន $a + 60° + b = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ)

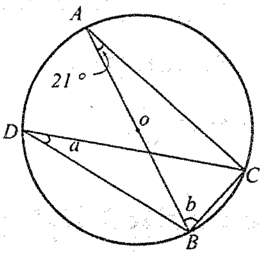
$90° + 60° + b = 180°$

នាំឱ្យ $b = 180° - 150° = 30°$ ។

ដូចនេះ $b = 30°$ ។



លំហាត់គំរូទី 2 : រង្វង់មួយដែលមានផ្ចិត O និងអង្កត់ផ្ចិត AB ។ ចូរគណនា a និង b (រូបខាងស្តាំ) ។



ចម្លើយ : $a = \angle BAC$ (មុំចារឹកក្នុងស្ទាត់ធ្នូ $\overset{\frown}{CD}$ តែមួយ) ដូចនេះ $a = 21°$ ។

នៅក្នុង ΔABC គេបាន

$\angle BAC + \angle ACB + b = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណមួយ)

$\angle ACB = 90°$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់)

$\angle BAC = 21°$ (សម្មតិកម្ម) ។

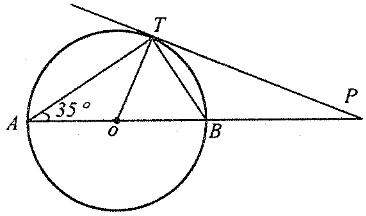
ដូចនេះ $21° + 90° + b = 180°$

នាំឱ្យ $b = 180° - 111° = 69°$

ដូចនេះ $b = 69°$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : តាមរូបខាងស្តាំនេះគេមានរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង PT ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ត្រង់ T បើ $\angle TAP = 35°$ ។

ចូរគណនា : ក. $\angle ATB$ ខ. $\angle APT$ គ. $\angle BTP$ ។



ចម្លើយ :

ក. $\angle ATB = 90°$ (មុំចារឹកក្នុងកន្លះរង្វង់)

ខ. ក្នុង ΔAPT គេបាន

$\angle APT + \angle TAP + \angle TAP = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ PRS)

$\angle TAP = 35°$ (សម្មតិកម្ម)

$\angle TAP = \angle OTA = 35°$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត)

$\angle ATP = \angle ATO + \angle OTP$ ។

ដោយ TP ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់និង OT ជាកាំនៃរង្វង់

គេបាន $\angle OTP = 90°$

$\angle ATP = 35° + 90° = 125°$

ដូចនេះ $\angle APT + 35° + 125° = 180°$

$\angle APT = 180° - 160° = 20°$

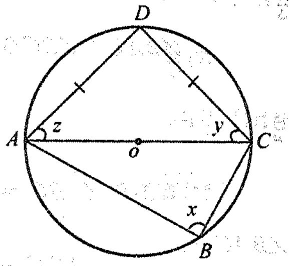
$\angle APT = 20°$ ។

គ. $\angle ATB = \angle BTP + \angle ATP$

$90° + \angle BTP = 125°$

$\angle BTP = 125° - 90° = 35°$ ។

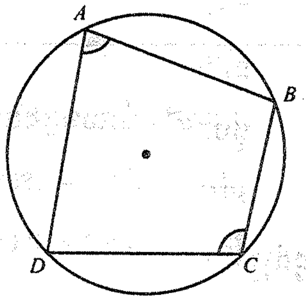
ប្រតិបត្តិ : តាមរូបខាងស្តាំនេះគេមានរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និងអង្កត់ផ្ចិត AC ហើយ $AD = DC$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ x , y , z ។



4. មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

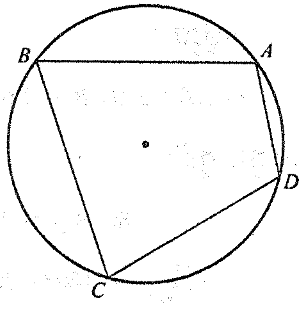
4.1. និយមន័យ

ចតុកោណដែលមានកំពូលទាំងបួនស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ ហៅថាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ ។ រង្វង់នេះហៅថារង្វង់ចារឹកក្រៅចតុកោណ ។ ក្នុងចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ $ABCD$ ។ គេមាន $\angle A$ និង $\angle C$ ជាមុំឈមនឹងគ្នាហើយ $\angle B$ និង $\angle D$ ក៏ជាមុំឈមនឹងគ្នាដែរ ។



4.2. លក្ខណៈមុំឈម

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គូសរង្វង់ផ្ចិត O និងកាំមានរង្វាស់ $5cm$ ។គេដៅបួនចំណុច A , B , C និង D តាមលំដាប់នៅលើរង្វង់ ។ ភ្ជាប់ AB , BC , DC និង DA ដើម្បីបង្កើតឱ្យបានចតុកោណ $ABCD$ មួយចារឹកក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ។



ក. កាលណាយើងវាស់ $\angle DAB$ និង $\angle DCB$ រួចរកផលបូកនៃមុំទាំងពីរយើងបាន

$\angle DAB + \angle DCB = 180°$ ។

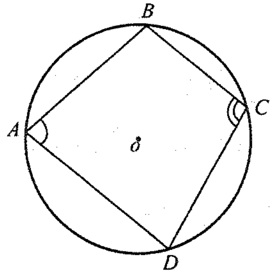
ខ. វាស់មុំ $\angle CBA$ និង $\angle CDA$ រួចរកផលបូកនៃមុំទាំងពីរ

យើងបាន $\angle CBA + \angle CDA = 180°$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេឱ្យចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ។ ចូរបង្ហាញថា ក. $\angle BAD + \angle BCD = 180°$ ខ. $\angle ABC + \angle ADC = 180°$ ។

ក. គេបាន $\angle BAD = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BCD}$

$\angle BCD = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BAD}$



$\angle BAC + \angle BCD = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{BCD} + \overset{\frown}{BAD})$

$= \frac{1}{2} \times 360° = 180°$

ខ. គេបាន $\angle ABC = \frac{1}{2} \times \overset{\frown}{ADC}$

$\angle ADC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{ABC}$

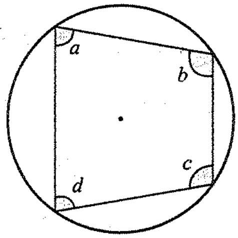
$\angle ABC + \angle ADC = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{ADC} + \overset{\frown}{ABC})$

$= \frac{360°}{2} = 180°$ ។

ជាទូទៅ : មុំឈមក្នុងចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់មួយជាមុំបន្ថែមគ្នា ។

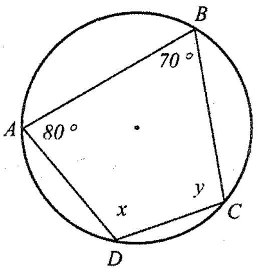
$a + c = 180°$

$b + d = 180°$



លំហាត់គំរូ : គេឱ្យចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ដូចរូបខាងក្រោម ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ x និង y ។

ចម្លើយ :



$\angle DAB + \angle DCB = 180°$ (មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់)

$80° + y = 180°$

នាំឱ្យ $y = 180° - 80° = 100°$

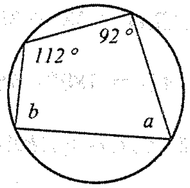
ដូចនេះ $y = 100°$ ។

$\angle ABC + \angle ADC = 180°$ (មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់)

$70° + x = 180°$

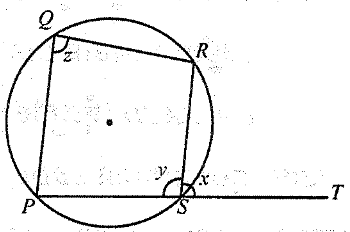
នាំឱ្យ $x = 180° - 70° = 110°$ ។

ប្រតិបត្តិ : តាមរូបខាងស្តាំនេះចូររករង្វាស់មុំ a និង b ។



5. មុំក្រៅនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

ឧទាហរណ៍ : គេមានចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ $PQRS$ ។



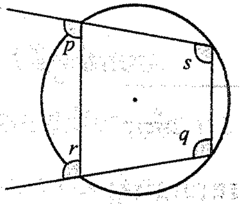
គេបន្លាយជ្រុងមួយនៃចតុកោណ PS ទៅចំណុច T ។

គេសង្កេតឃើញថា $x+y = 180°$ (មុំជាប់នៅលើបន្ទាត់មួយ)និង $y+z = 180°$ (មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់) ។

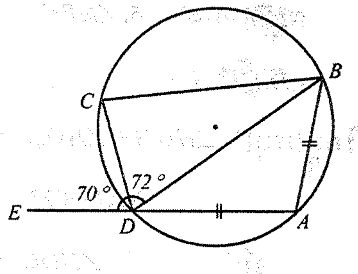
យើងទាញបាន $x+y = y+z$, $x = z$

x ជាមុំក្រៅចតុកោណ $PQRS$ ចារឹកក្នុងរង្វង់និង z ជាមុំចារឹកក្នុងចតុកោណឈមទៅនឹងមុំ x ។

ជាទូទៅ : មុំក្រៅចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹងមុំឈមវាចារឹកក្នុងចតុកោណនោះ $p = q$, $r = s$ ។



លំហាត់គំរូទី1 : $ABCD$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមាន $AD = AB$ និង AD បន្លាយទៅ E ។



បើ $\angle CDE = 70°$ និង $\angle CDB = 72°$ ។

ចូរគណនា : ក. $\angle BAD$ ខ. $\angle BCD$ ។

ចម្លើយ : $\angle ADB + \angle BDC + \angle CDE = 180°$ (មុំបន្ថែមគ្នា)

$$\angle ADB + 72° + 70° = 180°$$

$$\angle ADB = 180° - 70° - 72° = 38°$$

ហើយ $\angle BAD + \angle ADB + \angle DBA = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណមួយ)

ដោយ $\angle ADB = \angle DBA$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត)

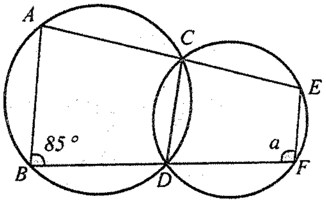
$\angle BAD + 38^\circ + 38^\circ = 180^\circ$

$\angle BAD = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$

ដូចនេះ $\angle BCD + \angle BAD = 180^\circ$ (មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់)

$\angle BCD = 180^\circ - 104^\circ = 76^\circ$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេមានចតុកោណ $ABDC$ និង $CDFE$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ (ដូចរូបខាងស្ដាំ) ។ ចូរគណនាមុំ a ។



ចម្លើយ : គេមាន $CDFE$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

$a = \angle ACD$ (មុំក្រៅចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ស្មើនឹងមុំក្នុងឈម) ក្នុងចតុកោណ $ABDC$ គេបាន

$\angle ACD + \angle ABD = 180^\circ$ (មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់)

$\angle ACD + 85^\circ = 180^\circ$

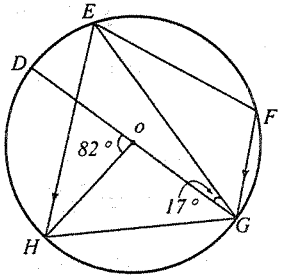
$\angle ACD = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$

$a = \angle ACD = 95^\circ$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : $EFGH$ គឺជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមាន EH ស្របទៅនឹង FG ហើយ DG ជាអង្កត់ផ្ចិតនៃរង្វង់នៃផ្ចិត O ។

គេឱ្យ $\angle DOH = 82^\circ$ និង $\angle DGE = 17^\circ$ ។

ចូរគណនា : ក. $\angle HEG$ ខ. $\angle HGF$ គ. $\angle FEG$ ។



ចម្លើយ :

ក. $\angle HOG + \angle HOD = 180^\circ$ (មុំលើបន្ទាត់មួយ)

$\angle HOG + 82^\circ = 180^\circ$

$\angle HOG = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$

$2 \times \angle HEG = \angle HOG$ (មុំផ្ចិតស្មើនឹងពីរដងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់)

$2 \times \angle HEG = 98^\circ$

នាំឱ្យ $\angle HEG = \dfrac{98}{2} = 49^\circ$ ។

ខ. $\angle EGF = \angle HEG$ (មុំឆ្លាស់ក្នុង $FG \parallel EH$)

$\angle EGF = 49°$

$\angle OGH + \angle HOG + \angle OHG = 180°$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ)

$\angle OGH = \angle OHG$ (មុំបាតនៃត្រីកោណសមបាត)

$2\angle OGH = 180° - \angle HOG$

$\angle OGH = \dfrac{180° - 98°}{2} = 41°$ ។

នាំឱ្យ $\angle HGF = \angle OGH + \angle DGE + \angle EGF$

$= 41° + 17° + 49° = 107°$ ។

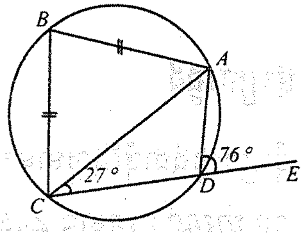
គ. $\angle FEH + \angle HGF = 180°$ មុំឈមនៃចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់

$\angle FEH = 180° - 107° = 73°$

នាំឱ្យ $\angle FEG = \angle FEH - \angle GEH$

$= 73° - 49° = 24°$ ។

ប្រតិបត្តិ : គេមានចតុកោណ $ABCD$ ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមាន $AB = BC$ ។ គេបន្លាយ CD ដល់ E ដែលមាន $\angle ACE = 27°$ និង $\angle ADE = 76°$ ។



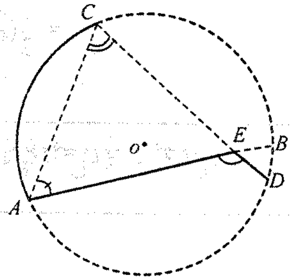
ចូរគណនា : ក. $\angle ACB$ ខ. $\angle BAD$ ។

6. មុំដែលមានកំពូលមិននៅលើខ្សែ

6.1. មុំក្នុងរង្វង់

មុំក្នុងរង្វង់ជាមុំដែលមានកំពូលនៅក្នុងរង្វង់ ។

ឧទាហរណ៍ : គេមាន $\angle AED$ ជាមុំក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ។ បង្ហាញថា $\angle AED = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC})$ ។



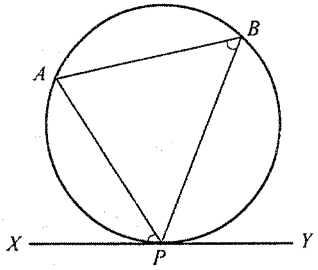
គេបាន $\angle C = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AD}$ (មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូ AD)

$\angle A = \frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$ (មុំចារឹកស្កាត់ធ្នូ BC)

តែ $\angle AED = \angle A + \angle C$ (មុំក្រៅត្រីកោណ)

$\angle AED = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC})$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គូសរង្វង់ដែលមានកាំ $4cm$ ។ ដៅចំណុច A និង B នៅលើរង្វង់រួចភ្ជាប់បានជាត្រីកោណ PAB មាន $\angle B$ ជាមុំស្រួច ។ គូសបន្ទាត់ប៉ះ $\angle XPY$ ប៉ះនឹងរង្វង់ត្រង់ P ។ វាស់មុំ $\angle XPA$ និង $\angle PBA$ ។ តើអ្នកសង្កេតឃើញដូចម្តេច ? តាមសកម្មភាពនេះគេសន្និដ្ឋានថា $\angle XPA = \angle PBA$ ។



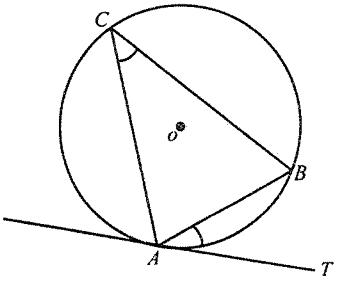
ជាទូទៅ : មុំដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូគូសចេញពីចំណុចមួយនៅលើរង្វង់មានរង្វាស់ស្មើនឹងមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមានអង្កត់ធ្នូនៅក្នុងនោះ ។

សំរាយបញ្ជាក់ : គេឱ្យរង្វាស់ផ្ចិត O និង AT ជាបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រង់ A ហើយ $\angle ACB$ ជាមុំចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមានអង្កត់ធ្នូ AB នៅក្នុងនោះ ។

បង្ហាញថា $\angle TAB = \angle ACB$ ។

ការស្រាយបញ្ជាក់នេះចំពោះ $\angle TAB$ ជាមុំស្រួច ។ គូសអង្កត់ផ្ចិត AD

យើងបាន



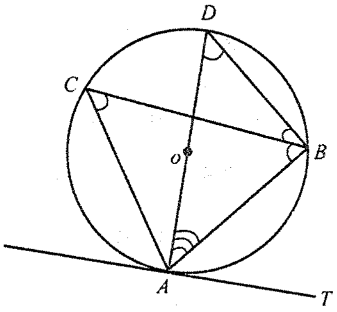
$$\angle TAD = 90°$$

ដូចនេះ $\angle TAB = 90° - \angle BAD$ (1)

ម្យ៉ាងទៀតនៅក្នុង ΔABD

$$\angle ABD = 90°$$

ដូចនេះ $\angle ADB = 90° - \angle BAD$ (2)

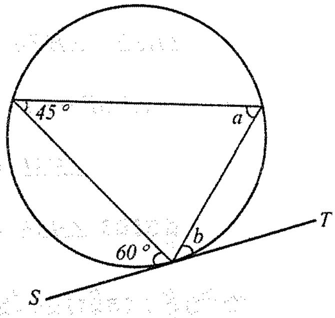


តាម (1) និង (2) និងលក្ខណៈនៃមុំចារឹកក្នុងគេបាន

$\angle TAB = \angle ADB = \angle ACB$

ដូចនេះ $\angle TAB = \angle ACB$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេមាន ST ជាបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ ។ ចូររករង្វាស់មុំ a និង b ។



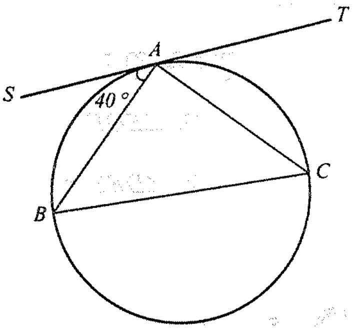
ចម្លើយ :

គេបាន $a = 60°$ (ជាមុំដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូ)

$b = 45°$ (ជាមុំដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូ)

លំហាត់គំរូទី 2 : ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេមាន SAT ជាបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រង់ A និង BC ជាអង្កត់ផ្ចិត ។ បើ $\angle SAB = 40°$ ។

ចូរគណនា : ក. $\angle CAT$ ខ. $\angle CBA$ ។



ចម្លើយ :

ក. គេបាន $\angle BAC = 90°$ (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់)

$\angle CAT = \angle SAT - \angle BAC - \angle SAB$

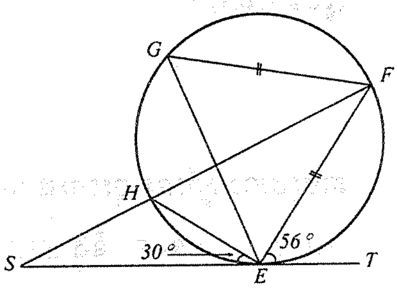
$\angle CAT = 180° - 90° - 40° = 50°$ ។

ខ. គេបាន $\angle CBA = \angle CTA = 50°$ (មុំដែលផ្គុំដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូ) ។

លំហាត់គំរូទី 3 : គេឱ្យរង្វង់ផ្ចិត O និង SET ជាបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រង់ E ហើយ SHF ជាបន្ទាត់ត្រង់ ។

គេឱ្យ $FG = FE$, $\angle HES = 30°$ និង $\angle FET = 58°$ ។

ចូរគណនា : ក. $\angle GFE$ ខ. $\angle HSE$ ។



ចម្លើយ :

ក. គេបាន $\angle FGE = 56°$ (មុំដែលកើតឡើងដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូ)

ដូចនេះ $\angle GFE = 180° - \angle FGE - \angle GEF$ (ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណសមបាត)

$= 180° - 50° - 56° = 74°$

$\angle GFE = 74°$ ។

ខ. គេបាន $\angle HFE = 30^\circ$ (មុំដែលកើតឡើងដោយបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់និងអង្កត់ធ្នូ)

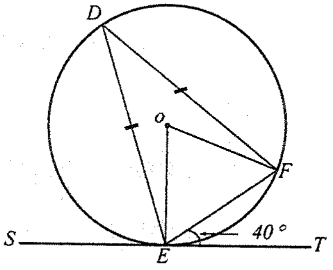
$\angle HSE + \angle HFE = \angle FET$ (មុំក្រៅត្រីកោណ)

$\angle HSE + 30^\circ = 56^\circ$

$\angle HSE = 56^\circ - 30^\circ = 26^\circ$ ។

ដូចនេះ $\angle HSE = 26^\circ$ ។

ប្រតិបត្តិ : គេឱ្យរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង SET ជាបន្ទាត់ប៉ះនៃរង្វង់ត្រង់ E ។ គេឱ្យអង្កត់ $DE = DF$ និង $\angle FET = 40^\circ$ ។



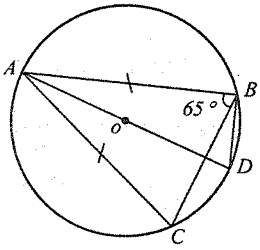
ចូរគណនា :

ក. $\angle EOF$

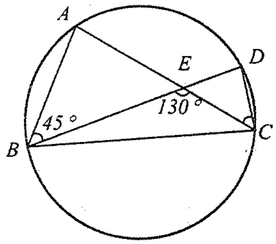
ខ. $\angle DES$ ។

លំហាត់

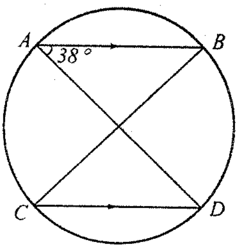
1. គេឱ្យរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ហើយអង្កត់ធ្នូ $AC = AB$ និង $\angle ABC = 65^\circ$ ។ ចូររករង្វាស់មុំ $\angle ACB$ និង $\angle ABO$ (រូបខាងស្តាំ) ។



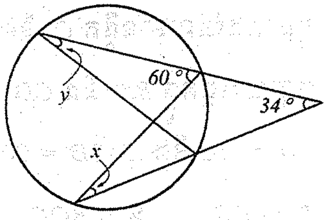
2. តាមរូបខាងស្តាំនេះ ចូររករង្វាស់មុំ $\angle ACD$, $\angle BAE$ និង $\angle BDC$ ។



3. ក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O គេឱ្យអង្កត់ធ្នូ AB ស្របនឹង CD ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ $\angle BCD$, $\angle ADC$ និង $\angle ABC$ ។

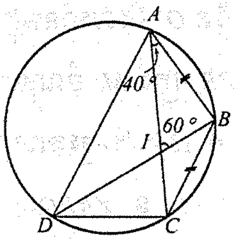


4. តាមរូបខាងស្តាំនេះ ចូររករង្វាស់មុំ x និង y ។

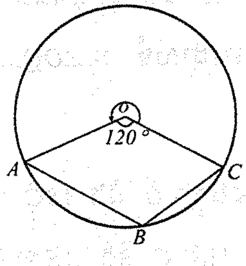


5. គេឱ្យរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ។ អង្កត់ធ្នូ AC និង BD កាត់គ្នាត្រង់ I និង $\angle CAB = 40°$, $\angle AIB = 60°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ

ក. $\angle ACD$ ខ. $\angle CAD$ ។

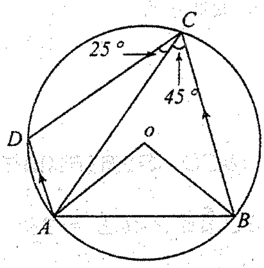


6. បីចំណុច A , B , C ឋិតនៅលើរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O ដូចរូបខាងស្តាំនេះ ។ គេឱ្យ $\angle AOC = 120°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ $\angle ABC$ ។



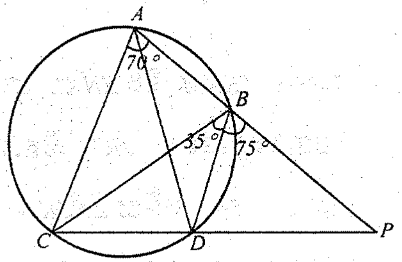
7. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេមាន O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ ។ អង្កត់ធ្នូ AD ស្របនឹង BC និង $\angle ACB = 45°$, $\angle ACD = 25°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ

ក. $\angle ADC$ ខ. $\angle OAB$ ។



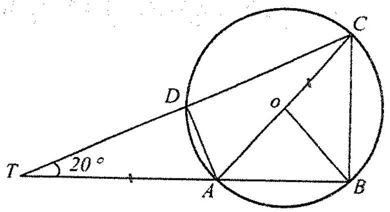
8. ក្នុងរូបខាងស្តាំនេះគេមានចំណុច A , B , C និង D នៅលើរង្វង់ផ្ចិត O ។ បើគេបន្លាយ អង្កត់ធ្នូ AB និង CD កាត់គ្នាត្រង់ P ហើយ $\angle CBD = 35°$, $\angle CAP = 70°$ និង $\angle DBP = 75°$ ។

ចូរគណនា : ក. $\angle ACD$ ខ. $\angle APC$ គ. $\angle DAB$ ។



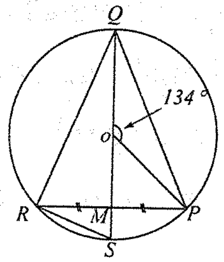
9. ក្នុងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង AC ជាអង្កត់ផ្ចិត ។ គេបន្លាយអង្កត់ធ្នូ BA និង CD ជួបគ្នាត្រង់ T ហើយ $AT = AC$ និង $\angle ATD = 20°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ

ក. $\angle ADB$ ខ. $\angle BOC$ គ. $\angle BDC$ ។

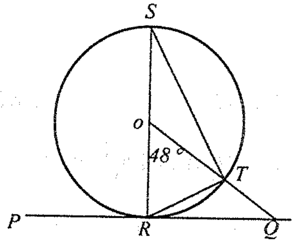


10. ក្នុងរង្វង់ផ្ចិត O ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត QS ប្រសព្វនឹងអង្កត់ធ្នូ PR ត្រង់ M ចំណុចកណ្ដាលនៃ PR ។ គេឱ្យ $\angle POQ = 134°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ

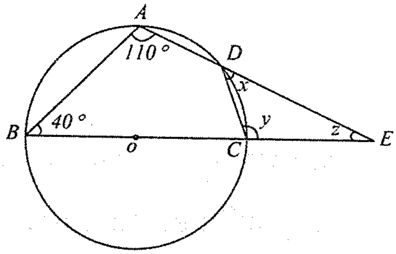
ក. $\angle PRQ$ ខ. $\angle RPQ$ គ. $\angle RSQ$ ។



11. គេមានរង្វង់ដែលមានផ្ចិត O និង PQ ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ R ។ RS ជាអង្កត់ផ្ចិតនិង $\angle ROQ = 48°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ ក. $\angle OQR$ ខ. $\angle RST$ គ. $\angle TRQ$ ។

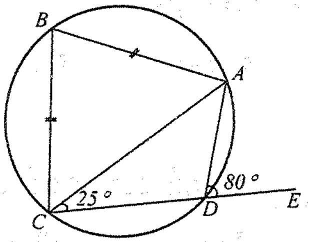


12. គេមានរង្វង់ផ្ចិត O និង ABC ជាត្រីកោណ ។ បើរង្វង់កាត់ BC ត្រង់ C និង AE ត្រង់ D ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ x , y និង z ។

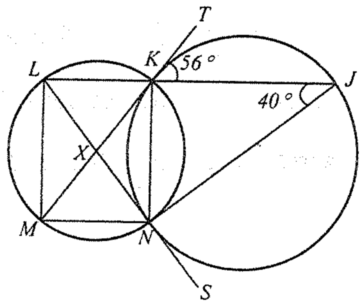


13. គេមាន $ABCD$ ជាចតុកោណចារឹកក្នុងរង្វង់ដែលមាន $AB = BC$ និង $\angle ACE = 25°$ ។ គេបន្លាយ CD ដល់ E និង $\angle ADE = 80°$ ។

ចូរគណនារង្វាស់មុំ ក. $\angle ABC$ ខ. $\angle BAD$ ។



14. គេមាន $TKXM$ និង $SNXL$ ជាបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់មួយដូចរូបខាងស្ដាំនេះ ។ JKL ស្ថិតលើបន្ទាត់តែមួយនិង $\angle TJS = 56°$ ហើយ $\angle NJK = 40°$ ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំ ក. $\angle MLN$ ខ. $\angle LMN$ គ. $\angle KLN$ ។



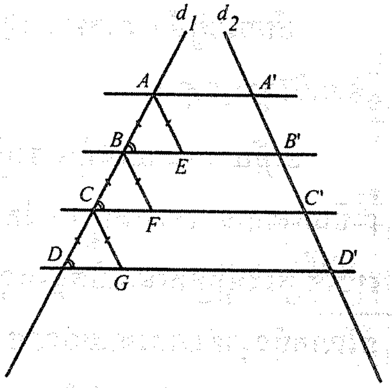
មេរៀនទី

15 ទ្រឹស្តីបទតាលែស

វត្ថុបំណង

- ប្រើបន្ទាត់ស្របដើម្បីចែកអង្កត់ជាចំណែកប៉ុនគ្នា ។
- ប្រើទ្រឹស្តីបទតាលែសដើម្បីគណនារង្វាស់អង្កត់ ។
- អនុវត្តទ្រឹស្តីបទតាលែសក្នុងត្រីកោណនិង ចតុកោណព្នាយ ។

1. បន្ទាត់ស្របនិងខ្នាត់



ឧទាហរណ៍ : គេមានបន្ទាត់ស្របបួន (AA') , (BB') , (CC') និង (CD) កាត់បន្ទាត់ពីរ d_1 និង d_2 ហៅថា ខ្នាត់ ។ នៅលើខ្នាត់ d_1 បើ $AB = BC = CD$ នោះគេក៏បាន $A'B' = B'C' = C'D'$ នៅលើ d_2 ដែរ ។

បើគេគូសអង្កត់ AE , BF និង CG ឱ្យស្របនឹងបន្ទាត់ d_2 តាមលក្ខណៈជ្រុងឈមនៃប្រលេឡូក្រាម

គេបាន $AE = A'B'$, $BF = B'C'$, $CG = C'D'$ ។

ម្យ៉ាងវិញទៀតតាមករណីប៉ុនគ្នា (ម.ជ.ម) ត្រីកោណ ABE , BCF , CDG ជាត្រីកោណប៉ុនគ្នា ។

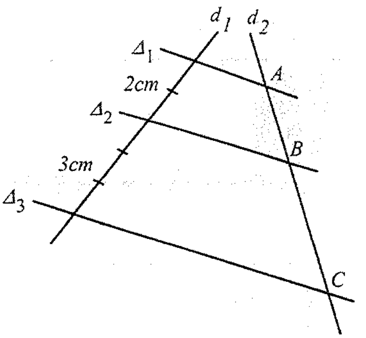
វិបាកយើងបាន $AE = BF = CG$

ដូចនេះ $A'B' = B'C' = C'D'$

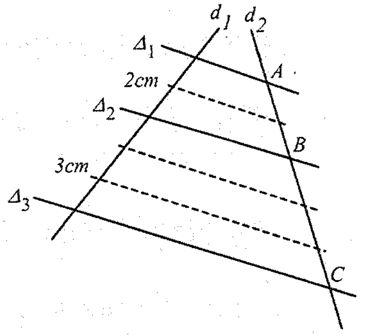
បន្ទាត់ស្របដែលកាត់ដោយខ្នាត់បែបនេះហៅថា បន្ទាត់ស្របស្មើចម្ងាយ ។

ជាទូទៅ : បើបន្ទាត់ស្របកំណត់នៅលើខ្នាត់មួយបានអង្កត់ប៉ុនគ្នានោះវាកំណត់នៅលើខ្នាត់ផ្សេងទៀតក៏បានអង្កត់ប៉ុនគ្នាដែរ ។

លំហាត់គំរូទី 1 **:** ក្នុងរូបគេមានបន្ទាត់ Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា ។ បើ $AC = 4cm$ ចូរគណនាប្រវែង AB និង BC ។



ចម្លើយ **:** គណនាប្រវែង AB និង BC ។ ដោយ Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 មិនកំណត់បានអង្កត់ប៉ុនគ្នានៅលើខ្នាត់ d_1 ក្នុងករណីនេះគេត្រូវគូសបន្ទាត់ស្របចំនួន 3 បន្ថែមទៀតដើម្បីបង្គ្រប់ឱ្យបានបន្ទាត់ស្របស្មើចម្ងាយ ហើយនៅលើខ្នាត់ d_2 គេក៏បានអង្កត់ចំនួន 5 ប៉ុនគ្នាដែរដែលអង្កត់នីមួយៗមានប្រវែងស្មើនឹង $\frac{4}{5} = 0.8cm$

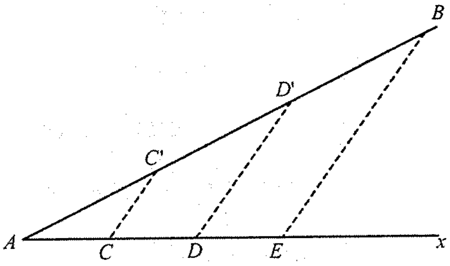


នាំឱ្យ $AB = 2 \times 0.8 = 1.6cm$

និង $BC = 3 \times 0.8 = 2.4cm$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 **:** គេមានអង្កត់ AB មួយ ។ ចូរក្រិតអង្កត់ AB ជាបីផ្នែកប៉ុនគ្នា ។

ចម្លើយ **:** ដោយគេពុំអាចប្រើម៉ែត្រដើម្បីក្រិត AB ជាបីឯកតាបាន នោះគេត្រូវសង់កន្លះបន្ទាត់ Ax ដោយប្រើម៉ែត្រដើម្បីក្រិតនៅលើកន្លះបន្ទាត់ Ax ឱ្យបានជាបីចំណែកប៉ុនគ្នាកំណត់ដោយចំណុច C , D និង E ។ ភ្ជាប់ BE រួចគូបន្ទាត់ចេញពីចំណុច D និង C ឱ្យស្របនិង (EB) កាត់អង្កត់ AB ត្រង់ D' និង C' ។ យើងបាន $AC' = C'D' = D'B$ ។ ធ្វើយ៉ាងនេះមានន័យថាគេបានក្រិត AB ជាបីផ្នែកប៉ុនគ្នា ។



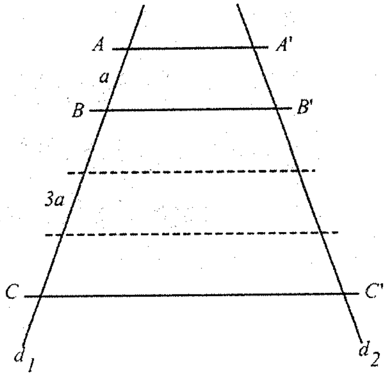
ប្រតិបត្តិ **:** P ជាចំណុចមួយនៃអង្កត់ AB ។ ចូរសង់ P ដើម្បីឱ្យបាន $\frac{AP}{AB} = \frac{2}{5}$ ។

2. ទ្រឹស្តីបទតាលែស

ឧទាហរណ៍ទី 1 **:** គេមាន (AA') , (BB') , (CC') ជាបន្ទាត់ស្របគ្នានៅលើខ្នាត់ d_1 ។

បើ $AB = a$ និង $BC = 3a$

នោះផលធៀប $\frac{AB}{BC} = \frac{a}{3a} = \frac{1}{3}$ ។



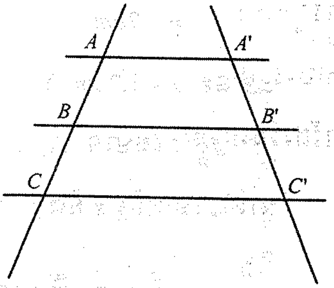
នោះយើងនឹងស្រាយបញ្ជាក់ថានៅលើខ្នាត់ d_2 ក៏មានផលធៀប $\frac{A'B'}{A'C'}=\frac{1}{3}$ ដែរ ។

ឧបមានថា $A'B'=b$ នោះគេគូសបន្ទាត់ស្របស្មើចម្ងាយពីរបន្ថែមទៀត

យើងបាន $B'C'=3b$ ហើយមានផលធៀប $\frac{A'B'}{A'C'}=\frac{b}{3b}=\frac{1}{3}$

ដូចនេះ $\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{A'C'}=\frac{1}{3}$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេមានបន្ទាត់ស្រប (AA') , (BB') , (CC') កាត់ខ្នាត់ d_1 និង d_2 បានអង្កត់សមាមាត្រ $\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$



បើគេប្តូរតួចុងនៃសមាមាត្រ $\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$

គេបាន $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}$ (1)

តាម (1) គេអាចសរសេរ

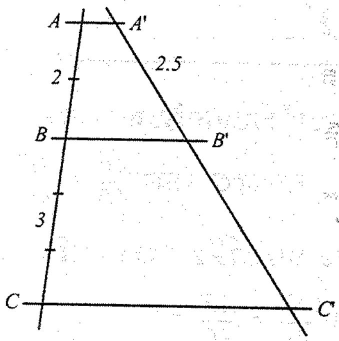
$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AB+BC}{A'B'+B'C'}=\frac{AC}{A'C'} \quad (2)$$

តាមទំនាក់ទំនង (1) និង (2) យើងបាន $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}$

ជាទូទៅ : បើ $(AA')//(BB')//(CC')$ គេបាន $\frac{AB}{AB'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}$ ។

> ***ទ្រឹស្តីបទតាលែស :*** បើបន្ទាត់ច្រើនស្របគ្នានៅលើខ្នាត់ពីរកំណត់បានអង្កត់សមាមាត្រគ្នា ។

លំហាត់គំរូទី 1 : គេឱ្យ $(AA')//(BB')//(CC')$ ដែលមាន $AB=2cm$, $BC=3cm$ និង $A'B'=2.5cm$ ។ ចូរគណនា $B'C'$ ។



ចម្លើយ : គណនា $B'C'$

តាមទ្រឹស្តីបទតាលែសគេបាន

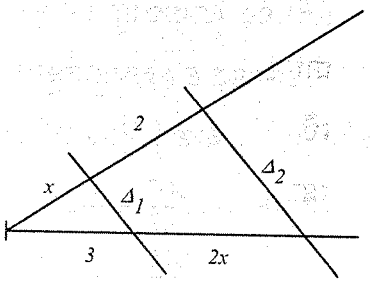
$$\frac{AB}{BC}=\frac{A'B'}{B'C'}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{2.5}{B'C'}$$

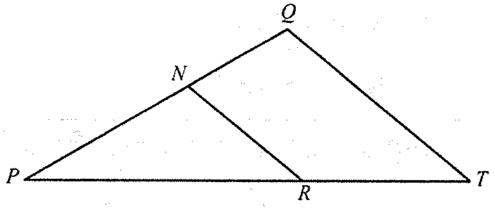
$$B'C'=\frac{2.5\times 3}{2}=3.75$$

ដូចនេះ $B'C'=3.75cm$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេមាន Δ_1 និង Δ_2 ជាបន្ទាត់ស្របគ្នា ។ ចូរគណនាតម្លៃ x គិតជា cm ។



លំហាត់គំរូទី 2 : ក្នុងត្រីកោណ PTQ ដែល $PN = 6$, $PR = 12$, $RT = 4$ និង $NQ = 2$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $NR // QT$ ។



ចម្លើយ : ស្រាយបញ្ជាក់ថា $NR // QT$

គេមាន $\frac{PN}{NQ} = \frac{6}{2} = 3$ (1)

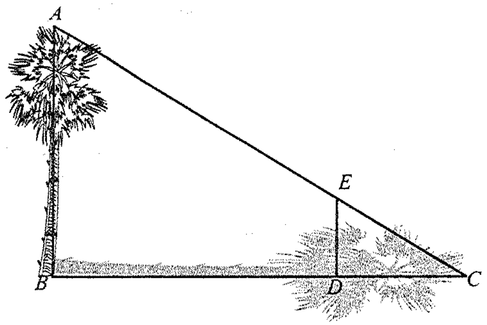
តែ $\frac{PR}{RT} = \frac{12}{4} = 3$ (2)

តាមទំនាក់ទំនង (1) និង (2)

យើងបាន $\frac{PR}{NQ} = \frac{PR}{RT}$

យើងបាន $NR // QT$ ។

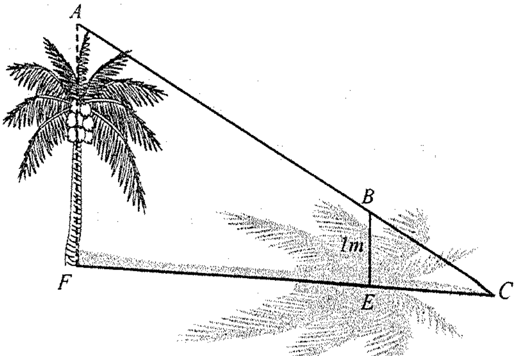
លំហាត់គំរូទី 3 : គេចង់វាស់កម្ពស់ដើមឈើមួយដើម ។ គេយកបង្គោលមួយដើមមកដាក់ក្នុងម្លប់ដើមឈើនោះហើយគេរំកិលវាដោយលៃ ឱ្យស្រមោលនៃចុងបង្គោល E និងស្រមោលនៃចុងដើមឈើ A ត្រួតស៊ីគ្នាត្រង់ចំណុច C ។ ដោយស្គាល់ប្រវែងបង្គោល $DE = 1.08m$ ប្រវែងស្រមោលបង្គោល $CD = 0.9m$ និងប្រវែងស្រមោលដើមឈើមានប្រវែង $CB = 12.45m$ ។ ចូររកកម្ពស់នៃដើមឈើនោះ ។



ចម្លើយ : គេបាន $\frac{AB}{DE} = \frac{CB}{CD}$ ឬ $AB = \frac{CB \times DE}{CD} = \frac{12.45 \times 1.08}{0.9} = 14.94m$

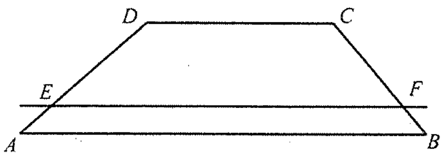
ដូចនេះ $AB = 14.94m$ ។

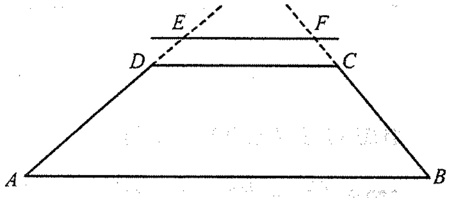
ប្រតិបត្តិ : គ្រូនាំសិស្សចេញមកក្រៅថ្នាក់ដើម្បីអនុវត្តវាស់កម្ពស់ដើមឈើមួយដើមដែលឋិតក្នុងទីធ្លាសាលា ។ ដោយឱ្យសិស្សម្នាក់យកបង្គោលមួយដើមដែលមានប្រវែង $1m$ មកដាក់ក្នុងម្លប់ដើមឈើនោះ ហើយរំកិលឱ្យស្រមោលនៃចុងបង្គោលនិងស្រមោលនៃចុងឈើត្រួតស៊ីគ្នា ។ ចូរគណនាកម្ពស់នៃដើមឈើ ។



3.2. អនុវត្តក្នុងចតុកោណព្នាយ

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេមានចតុកោណព្នាយ $ABCD$ ។ បើគេគូសបន្ទាត់ EF មួយស្របទៅនឹងបាតទាំងពីរនៃចតុកោណព្នាយ ហើយកាត់ជ្រុងពីរទៀតត្រង់ E និង F ។

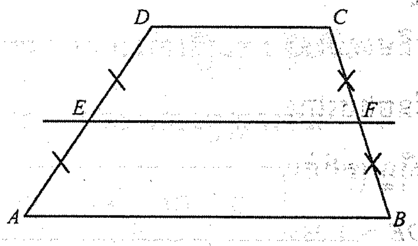




តាមទ្រឹស្តីបទតាលែស

$EF // DC // AB$ នោះគេបាន $\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{CF}$, $\frac{AD}{AE} = \frac{BC}{BF}$, $\frac{AD}{DE} = \frac{BC}{CF}$ ។

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេមានអង្កត់ EF កាត់តាមចំណុចកណ្ដាលនៃជ្រុងមិនស្របនៃចតុកោណព្នាយ $ABCD$ ។



គេមាន $\frac{DE}{DA} = \frac{1}{2}$ (E កណ្ដាលនៃ AD)

ម្យ៉ាងទៀត $\frac{CF}{CB} = \frac{1}{2}$ (F កណ្ដាលនៃ CB)

នាំឱ្យ $\frac{DE}{DA} = \frac{CF}{CB}$

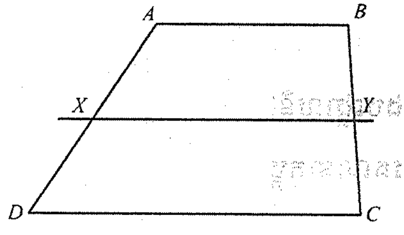
តាមតាលែសគេបាន $EF // DC // AB$ ។

> *ជាទូទៅ :* បើបន្ទាត់មួយស្របទៅនឹងបាតនៃចតុកោណព្នាយកាត់ជ្រុងមិនស្រប ឬបន្លាយនៃជ្រុងមិនស្របកំណត់បានអង្កត់សមាមាត្រគ្នា ។
>
> *ច្រាសមកវិញ :* បើបន្ទាត់មួយកាត់ជ្រុងមិនស្រប ឬបន្លាយនៃជ្រុងមិនស្របនៃចតុកោណព្នាយមួយកំណត់បានអង្កត់សមាមាត្របន្ទាត់នោះត្រូវស្របនឹងបាតទាំងពីរ ។

លំហាត់គំរូ : គេឱ្យ $AB // XY // DC$

បើ $AX = 3dm$, $BC = 9dm$, $XD = 8dm$ ។

ចូរគណនា BY និង YC ។



ចម្លើយ : គណនា BY និង YC

ដោយ $AB // XY // DC$

គេបាន $\frac{BY}{BC} = \frac{AX}{AD}$ ឬ $BY = \frac{AX \times BC}{AD}$

$= \frac{3 \times 9}{11}$ $(AD = AX + DX = 3 + 8 = 11)$

$= 2.45dm$

ដោយ $(AB) // (XY) // (DC)$

គេបាន $\frac{YC}{XD} = \frac{BC}{AD}$ ឬ $YC = \frac{XD \times BC}{AD}$

$= \frac{8 \times 9}{11}$ $(VX = WV + WX = 3 + 8 = 11)$

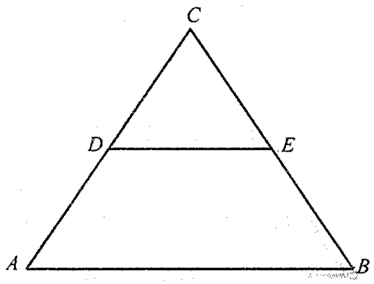
$= 6.54dm$

ដូចនេះ $BY = 2.45dm$ និង $YC = 6.54dm$ ។

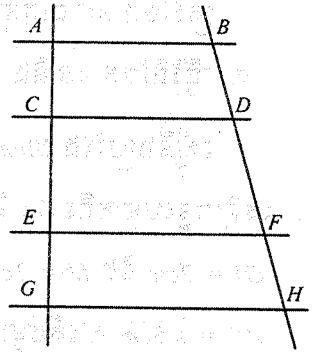
ប្រតិបត្តិ : ក្នុងត្រីកោណ ABC គេមាន $(DE) // (AB)$ ។

ចូរបំពេញក្នុងតារាងខាងក្រោម ។

	AD	DC	BE	EC		
ក.	3	2	6	…		
ខ.	7	3	…	5		
គ.	2	…	3	4		
	AD	DC	AC	BE	EC	BC
ឃ.	…	8	20	…	…	15
ង.	12	…	30	9	…	…



1. ចូរចែកអង្កត់ AB ដែល $AB = 6cm$ ជា 5 ចំណែកស្មើគ្នា ។
2. ចូរចែកអង្កត់ AB ដែល $AB = 11cm$ ជាអង្កត់សមាមាត្រនឹង 3 4 5 ។
3. ចូរចែកអង្កត់ AB ដែល $AB = 12cm$ ជាអង្កត់សមាមាត្រនឹង 3 5 7 ។
4. គេឱ្យ $AB = 7cm$ ចូរកំណត់ចំណុច C ដែលចែកអង្កត់ AB តាមផលធៀប $\frac{3}{5}$ ។
5. គេឱ្យ $AB = 9mm$ ចូរកំណត់ចំណុច C និង D ដែលចែកអង្កត់ AB តាមផលធៀប $\frac{5}{2}$ ។
6. គេមាន $AB // CD // EF // GH$ តាមរូបខាងស្តាំ ។

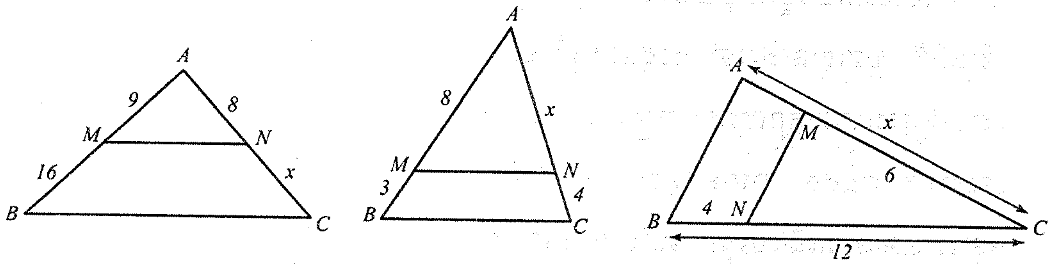


ក. ចូរគណនា DF និង FH បើ $AC = 6cm$, $CE = 12cm$ $EG = 4cm$ និង $BD = 9cm$ ។

ខ. ចូរគណនា BD , DF និង FH បើ $AC = 6cm$, $CE = 12cm$, $EG = 4cm$ និង $HB = 33cm$ ។

គ. ចូរគណនា DF និង CG បើ $AC = 6cm$, $CE = 12cm$ $DB = 8cm$ និង $FH = 6cm$ ។

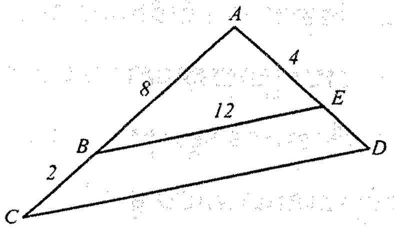
7. គេឱ្យ $(AB) // (MN)$ ចូរគណនាប្រវែង x ក្នុងរូបនីមួយខាងក្រោម ។



8. តាមរូបខាងស្តាំគេមាន $BE // CD$ ។

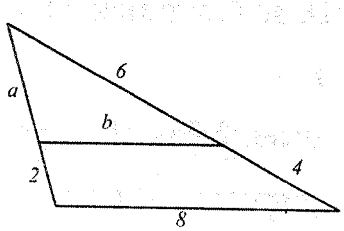
ចូរគណនាប្រវែង ED និង CD ។

រង្វាស់គិតជា cm ។

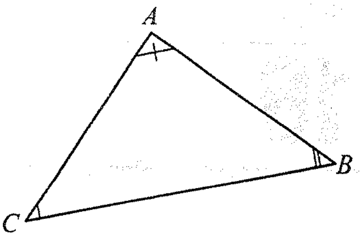


9. ចូរគណនា a និង b តាមរូបខាងស្តាំនេះ ។

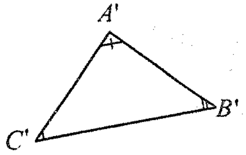
រង្វាស់ជា cm ។



ឧទាហរណ៍ទី3 : គេមាន $A'B'C'$ ជាត្រីកោណដែលបានបង្រួមតូច 50 % ពីត្រីកោណដើម ABC នោះគេបាន $\angle A = \angle A'$ $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$, $AC = 2A'C'$, $AB = 2A'B'$ និង $BC = 2B'C'$ ។



គេអាចសរសេរជាផលធៀប $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{A'C'}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{1}{2}$



គេថាត្រីកោណ $A'B'C'$ និង ABC ជាត្រីកោណដូចគ្នា ដែលមានផលធៀបដំណូចស្មើនឹង $\frac{1}{2}$ ។

> ***និយមន័យ :*** ត្រីកោណពីរជាត្រីកោណដូចគ្នាកាលណាវាមាន
> - មុំទាំងបីប៉ុនរៀងគ្នា
> - ជ្រុងទាំងបីសមាមាត្ររៀងគ្នា
> - ផលធៀបសមាមាត្រហៅថា ផលធៀបដំណូច ។

ចំណាំ :

- គេកំណត់ត្រីកោណពីរដូចគ្នាដោយសញ្ញា $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ ។
- បើ ABC និង $A'B'C'$ ជាត្រីកោណដូចគ្នាតាមផលធៀបដំណូច គេសរសេរផលធៀបសមាមាត្រនៃជ្រុងទាំងបីដោយរៀបកំពូលទៅតាមលំដាប់នៃមុំប៉ុនគ្នា ។

$$\left.\begin{matrix}\Delta A'B'C' \\ \sim \\ \Delta ABC\end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k \text{ ។}$$

លំហាត់គំរូ : ក្នុងត្រីកោណ ABC មានចំណុច D និង E ជាចំណុចកណ្ដាលរៀងគ្នានៃជ្រុង AB និង AC ដែល $DE // BC$ ។ ចូរបង្ហាញថា ADE និង ABC ជាត្រីកោណដូចគ្នា ។

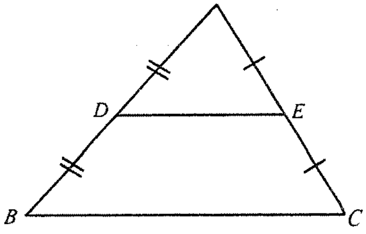
ចម្លើយ : បង្ហាញថា ADE និង ABC ជាត្រីកោណដូចគ្នា

ដោយ $DE // BC$ (សម្មតិកម្ម)

យើងបាន $\angle D = \angle B$ (មុំត្រូវគ្នា)

$\angle E = \angle C$ (មុំត្រូវគ្នា)

$\angle A$ (មុំរួមនៃត្រីកោណទាំងពីរ)



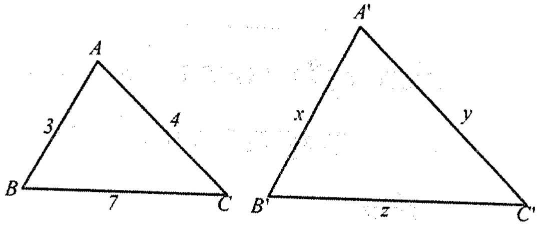
តាមទ្រឹស្តីបទតាលែសគេបាន

$$DE // BC \text{ នាំឱ្យ } \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$$

ត្រីកោណ ADE និង ABC មានមុំបីប៉ុនរៀងគ្នា ហើយជ្រុងទាំងបីសមាមាត្ររៀងគ្នាជាត្រីកោណដូចគ្នា ។

ដូចនេះ $\Delta ADE \sim ABC$ ។

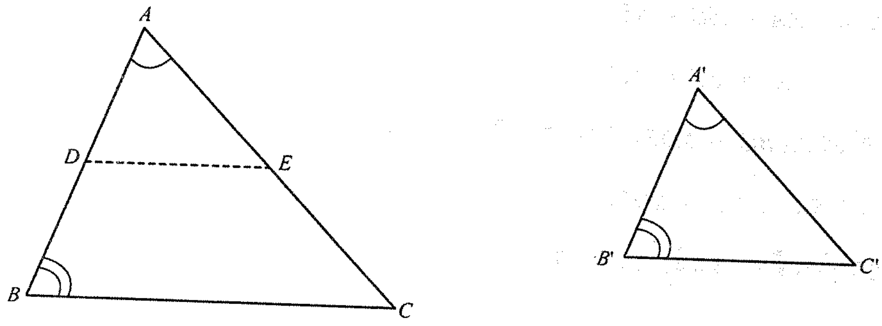
ប្រតិបត្តិ : ត្រីកោណ ABC និង $A'B'C'$ ជាត្រីកោណដូចគ្នាដែលមានផលធៀបដំណូចស្មើនឹង $\frac{1}{4}$ ។ ចូរគណនា x , y , z ។



1.2. ករណីដំណូច

ដើម្បីឱ្យត្រីកោណពីរដូចគ្នា គេគ្រាន់តែរកឱ្យឃើញមុំខ្លះៗប៉ុនគ្នា ឬជ្រុងទាំងបីសមមាត្ររៀងគ្នា តាមករណីដូចខាងក្រោម ។

ក. ករណីដំណូចទី 1



គេឱ្យត្រីកោណ ABC និង $A'B'C'$ ដែល $\angle A = \angle A'$ និង $\angle B = \angle B'$ ។

បង្ហាញថា $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ ។

នៅលើ $[AB]$ ដៅចំណុច D ដែល $AD = A'B'$ រួចគូស $(DE) \parallel (BC)$

គេបាន $\Delta ABC \sim \Delta ADE$

តែ $\Delta ADE \cong \Delta A'B'C'$ (តាមករណីប៉ុនគ្នា ម.ជ.ម) ។

ដូចនេះ $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ ។

ករណីដំណូច ម.ម

ជាទូទៅ : ត្រីកោណពីរជាត្រីកោណដូចគ្នា កាលណាវាមានមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នា ។

ដៅចំណុច $D \in [AB]$ ដែល $AD = A'B'$ រួចគូស $(DE) // (BC)$

គេបាន $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ (1)

វិបាក $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{CA}{EA}$ ឬ $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{DE} = \frac{CA}{EA}$ (2)

តែ $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$ (3)

តាម (2) និង (3) គេទាញបាន

$\frac{BC}{DE} = \frac{BC}{B'C'}$ នាំឱ្យ $B'C' = DE$

ហើយ $\frac{CA}{EA} = \frac{CA}{C'A'}$ នោះឱ្យ $C'A' = EA$

ដូចនេះ $\Delta A'B'C' \sim \Delta ADE$ (ករណី ជ.ជ.ជ) ។

វិបាក $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

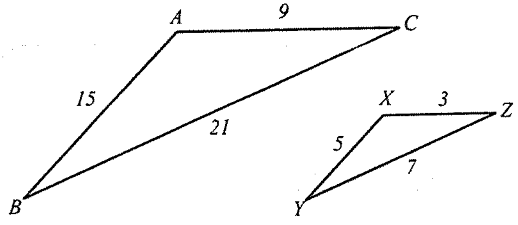
ករណីដំណូច ជ.ជ.ជ ។

> ***ជាទូទៅ :*** ត្រីកោណពីរជាត្រីកោណដូចគ្នា កាលណាវាមានជ្រុងទាំងបីសមមាត្ររៀងគ្នា ។

ចំណាំ : បើ $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ គេអាចទាញបានវិបាកគឺ

សម្មតិកម្ម	សន្និដ្ឋាន	វិបាក
$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$	$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$	$\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$

លំហាត់គំរូទី 1 : តាមរូបបង្ហាញថា ΔABC និង ΔXYZ ដូចគ្នា ។ រួចទាញវិបាក ។



ចម្លើយ :

បង្ហាញថា $\Delta ABC \sim \Delta XYZ$

គេមាន $\frac{XY}{AB} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

$\frac{YZ}{BC} = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$

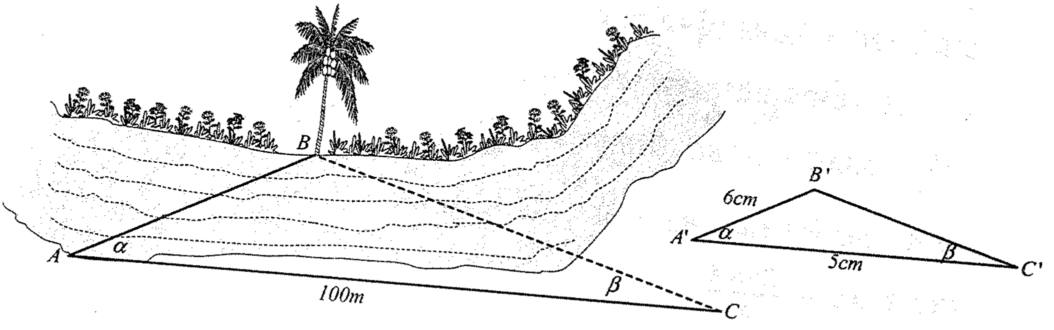
$\frac{ZX}{CA} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

ដូចនេះ $\frac{XY}{AB} = \frac{YZ}{BC} = \frac{ZX}{CA} = \frac{1}{3}$

នាំឱ្យ $\Delta ABC \sim \Delta XYZ$ (ករណីដំណូច ជ.ជ.ជ)

វិបាក $\angle A = \angle X$, $\angle B = \angle Y$ និង $\angle C = \angle Z$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូររកចម្ងាយពីចំណុច A នៅមាត់ច្រាំងអូរទៅចំណុច B នៅច្រាំងអូរម្ខាងទៀត តាមរូបខាងក្រោម ។



ចម្លើយ :

ដើម្បីរកប្រវែង AB គេត្រូវជ្រើសរើសយកចំណុច C មួយនៅលើច្រាំងអូរដោយយក $AC = 100m$ និង $B\hat{A}C = \alpha$, $B\hat{C}A = \beta$ ។ បន្ទាប់មកយកក្រដាសមួយសន្លឹកមកគូសត្រីកោណ $A'B'C'$ ដែលមានជ្រុងប្រវែង $A'C' = 5cm$, $\hat{A}' = \alpha$, $\hat{C}' = \beta$ បន្ទាប់មកគេវាស់ប្រវែង $A'B' = 6cm$ ។ ត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ $A'B'C'$ មានមុំពីរប៉ុនរៀងគ្នាជាត្រីកោណដូចគ្នា (ករណីដំណូច ម.ម)

$$\left.\begin{array}{r} ABC \\ A'B'C' \end{array}\right| \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$$

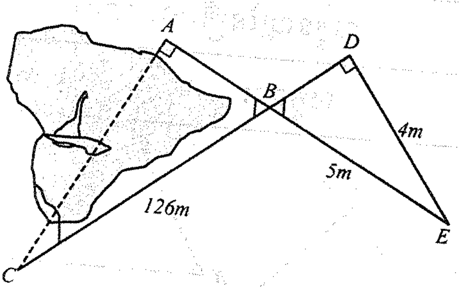
$$AB = \frac{AC \times A'B'}{A'C'}$$

$$= \frac{100 \times 0.06}{0.05}$$

$$= 120$$

ដូចនេះ ប្រវែង $AB = 120m$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : ចូរគណនាប្រវែងជ្រុង AC នៃត្រីកោណកែង ABC ។



ចម្លើយ :

ត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ DBE

មាន $\angle ABC = \angle DBE$ (មុំទល់កំពូល)

$\angle C = \angle E$ (មុំមានជ្រុងត្រូវគ្នាកែងរៀងគ្នា)

នាំឱ្យ $\Delta ABC \sim \Delta DBC$ វិបាក $\frac{AC}{DE} = \frac{BC}{BE}$ ឬ $AC = \frac{BC \times DE}{BE}$

ដោយ $BC = 126m$, $BE = 5m$, $DE = 4m$

គេបាន $AC = \frac{126 \times 4}{5}$

$= \frac{504}{5}$

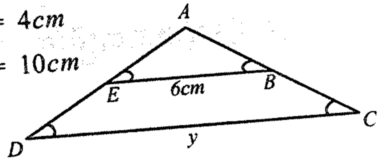
$= 100.8$

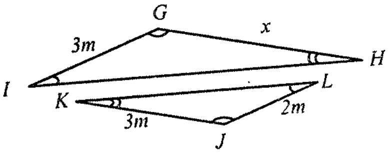
ដូចនេះ ប្រវែងជ្រុង $AC = 100.8m$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូររកតម្លៃ x និង y ។

$AE = 4cm$

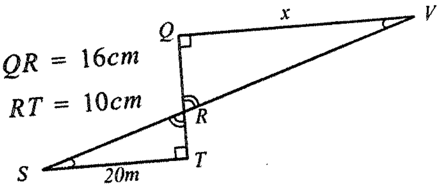
$AD = 10cm$

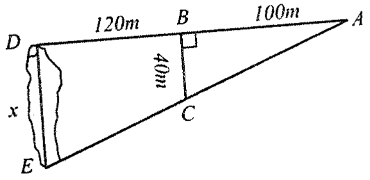




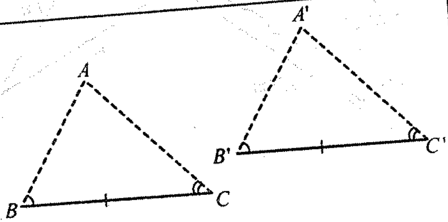
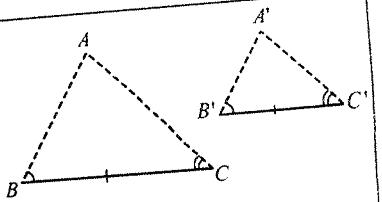
$QR = 16cm$

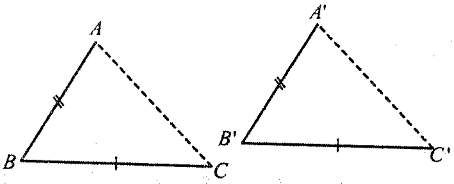
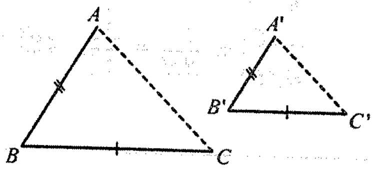
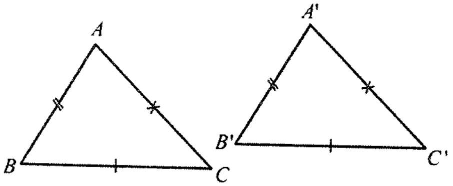
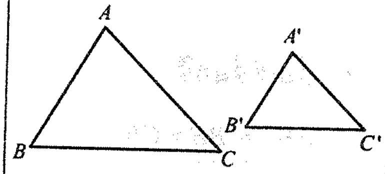
$RT = 10cm$





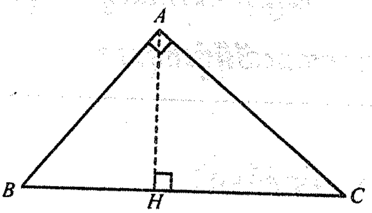
ចំណាំ : តារាងប្រៀបធៀបករណីប៉ុនគ្នានៃត្រីកោណនិងករណីដំណូចនៃត្រីកោណ

លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណពីរប៉ុនគ្នា		លក្ខខណ្ឌនៃត្រីកោណពីរដូចគ្នា	
លក្ខណៈ	ករណី	ករណី	លក្ខណៈ
 $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$, $BC = B'C'$	ទី 1 ម.ជ.ម	ទី 1 ម.ម	 $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$

 $\angle B = \angle B'$, $AB = A'B'$, $BC = B'C'$	ទី 2 ម. ជ. ម	ទី 2 ម. ជ. ម	 $\angle B = \angle B'$, $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C}$
 $AB = A'B'$, $BC = B'C$, $BC = B'C$	ទី 3 ជ. ជ. ជ	ទី 3 ជ. ជ. ជ	 $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C} = \frac{CA}{C'A'} = k$

2. ទំនាក់ទំនងមាត្រក្នុងត្រីកោណកែង

ឧទាហរណ៍ :



ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ដែល AH ជាកម្ពស់

AB និង AC ជាជ្រុងនៃមុំកែង

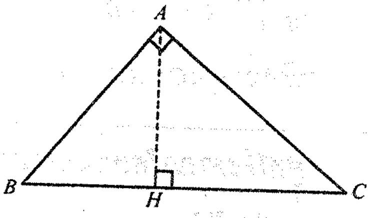
BC ជាអ៊ីប៉ូតេនុស

BH ជាចំណោលកែងនៃ AB មកលើអ៊ីប៉ូតេនុស

CH ជាចំណោលកែងនៃ AC មកលើអ៊ីប៉ូតេនុស

- ទំនាក់ទំនងទី 1

$AB^2 = BH \times BC$



សម្រាយបញ្ជាក់

ត្រីកោណកែង ABC និង ABH

មានមុំរួម $\angle B$ ដូចគ្នា

ហេតុនេះវាជាត្រីកោណដូចគ្នា

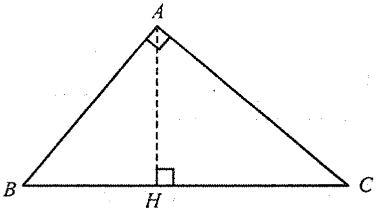
$\left.\begin{matrix} ABC \\ HBA \end{matrix}\right| \Rightarrow \frac{AB}{BH} = \frac{BC}{AB}$ យើងបាន $AB^2 = BH \times BC$

ដូចគ្នានេះដែរ

$\left.\begin{matrix} ABC \\ HAC \end{matrix}\right| \Rightarrow \dfrac{AC}{BH} = \dfrac{BC}{AC}$ យើងបាន $AC^2 = CH \times BC$ ។

> ***ក្នុងត្រីកោណកែងរង្វាស់ជ្រុងមួយនៃមុំកែងជាមធ្យមសមាមាត្ររវាងអ៊ីប៉ូតេនុសនិងចំណោលកែងរបស់វាលើអ៊ីប៉ូតេនុស ។***

- ទំនាក់ទំនងទី 2



$AH^2 = BH \times CH$

សម្រាយបញ្ជាក់

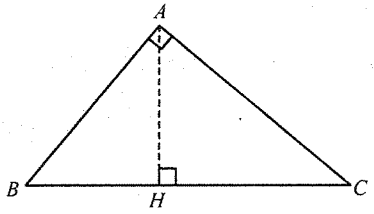
$\angle ABH = \angle CAH$ (មុំដែលមានជ្រុងពីរកែងរៀងគ្នា)

ត្រីកោណកែង ABH និង AHC មានមុំស្រួចមួយប៉ុនគ្នាជាត្រីកោណដូចគ្នា

$\left.\begin{matrix} ABH \\ CAH \end{matrix}\right| \Rightarrow \dfrac{AH}{CH} = \dfrac{BH}{AH}$ យើងបាន $AH^2 = CH \times BC$

> ***ក្នុងត្រីកោណកែងរង្វាស់កម្ពស់គូរនឹងអ៊ីប៉ូតេនុសជាមធ្យមសមមាត្ររវាងអង្កត់ដែលវាកំណត់បានលើអ៊ីប៉ូតេនុស ។***

- ទំនាក់ទំនងទី 3



$AB \times AC = BC \times AH$

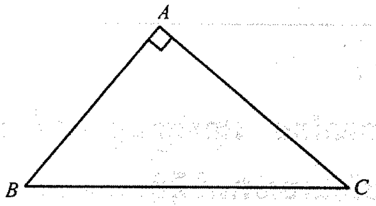
សម្រាយបញ្ជាក់

$\left.\begin{matrix} ABC \\ HBA \end{matrix}\right| \Rightarrow \dfrac{AC}{AH} = \dfrac{BC}{AB}$

យើងបាន $AC \times AB = BC \times AH$

> ***ក្នុងត្រីកោណកែងផលគុណរវាងជ្រុងមុំកែងទាំងពីរស្មើនឹងផលគុណរវាងអ៊ីប៉ូតេនុសនិងកម្ពស់គូរនឹងអ៊ីប៉ូតេនុស ។***

• ទំនាក់ទំនងទី 4



$AB^2 + AC^2 = BC^2$

តាមទំនាក់ទំនង 1

$$\begin{array}{rl} & AB^2 = BH \times BC \\ + & AC^2 = CH \times BC \\ \hline \end{array}$$

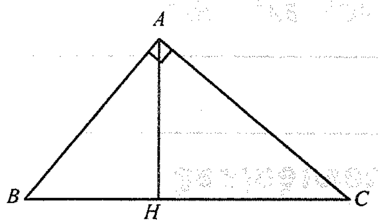
$$AB^2 + AC^2 = BH \times BC + CH \times BC$$

$$= BC(BH + CH)$$

$$= BC \times BC = BC^2$$

ក្នុងត្រីកោណកែង ការេនៃអ៊ីប៉ូតេនុសស្មើនឹងផលបូកការេនៃជ្រុងមុំកែង ។

• ទំនាក់ទំនងទី 5



$$\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{AH^2}$$

សម្រាយបញ្ជាក់

តាមទំនាក់ទំនង 3

$AB \times AC = BC \times AH$ លើកជាការេ

យើងបានទំនាក់ទំនង (1)

$AB^2 \times AC^2 = BC^2 \times AH^2$ (1)

ម្យ៉ាងទៀត $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (2)

(2) ចែកនឹង (1)

$$\frac{AB^2 + AC^2}{AB^2 \times AC^2} = \frac{BC^2}{BC^2 \times AH^2}$$

ដោយ $\dfrac{AB^2 + AC^2}{AB^2 \times AC^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2}$

$$\frac{BC^2}{BC^2 \times AH^2} = \frac{1}{AH^2}$$

យើង $\dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2} = \dfrac{1}{AH^2}$

ក្នុងត្រីកោណកែង ផលបូកចម្រាសការេនៃជ្រុងមុំកែងស្មើនឹងចម្រាស់ការេនៃកម្ពស់ចំពោះអ៊ីប៉ូតេនុស ។

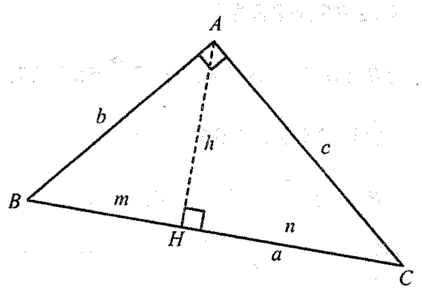
ទ្រឹស្ដីបទ :

- ក្នុងត្រីកោណកែង រង្វាស់ជ្រុងមួយនៃមុំកែងជាមធ្យមសមាមាត្ររវាងអ៊ីប៉ូតេនុស និង ចំណោលកែងរបស់វាលើអ៊ីប៉ូតេនុស $AC^2 = BC \times HC$ ឬ $AB^2 = BC \times HB$ ។
- ក្នុងត្រីកោណកែង រង្វាស់កម្ពស់ត្រូវនឹងអ៊ីប៉ូតេនុសជាមធ្យមសមមាត្ររវាងអង្កត់ដែលវាកំណត់បានលើអ៊ីប៉ូតេនុស $HA^2 = HB \times HC$ ។
- ក្នុងត្រីកោណកែង ផលគុណរវាងជ្រុងមុំកែងទាំងពីរស្មើនឹងផលគុណរវាងអ៊ីប៉ូតេនុស និង កម្ពស់ត្រូវនឹងអ៊ីប៉ូតេនុស $AB \times AC = BC \times AH$ ។
- ក្នុងត្រីកោណកែង ការេអ៊ីប៉ូតេនុសស្មើនឹងផលបូកការេនៃជ្រុងមុំកែង $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ។
- ក្នុងត្រីកោណកែង ផលបូកចម្រាសការេនៃជ្រុងមុំកែងស្មើនឹងចម្រាសការេនៃកម្ពស់ចំពោះអ៊ីប៉ូតេនុស $\frac{1}{AC^2} + \frac{1}{BA^2} = \frac{1}{HA^2}$ ។

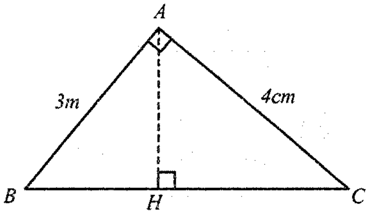
តារាងសង្ខេបរូបមន្ត

1. $AC^2 = BC \times HC$ ឬ $c^2 = an$

   $AB^2 = BC \times HB$ ឬ $b^2 = am$
2. $HA^2 = HC \times HB$ ឬ $h^2 = nm$
3. $AB \times AC = BC \times AH$ ឬ $bc = ah$
4. $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ឬ $a^2 = b^2 + c^2$
5. $\frac{1}{AC^2} + \frac{1}{BA^2} = \frac{1}{HA^2}$ ឬ $\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{a^2}$



លំហាត់គំរូទី 1 : គេឱ្យត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A ដែល $AB = 3cm$ និង $AC = 4cm$ ។ ចូរគណនាប្រវែង BC , AH , HB និង HC ។



ចម្លើយ : គណនា BC , AH , HB និង HC

- គណនា BC

ក្នុង ΔABC តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រយើងបាន $BC^2 = AB^2 + AC^2$

ដោយ $AB = 3cm$ និង $AC = 4cm$

យើងបាន $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$= 3^2 + 4^2 = 25$

$= 5^2$

$BC = 5$

ដូចនេះ $BC = 5cm$ ។

- គណនា AH

ក្នុង ΔABC តាមទំនាក់ទំនងរវាងកម្ពស់និងជ្រុងយើងបាន

$BC \times AH = AB \times AC$ ឬ $AH = \dfrac{AB \times AC}{BC}$

យើងបាន $AH = \dfrac{AB \times AC}{BC}$ (ដោយ $AB = 3cm$, $BC = 5cm$ និង $AC = 4cm$)

$= \dfrac{3 \times 4}{5} = 2.4$

ដូចនេះ $AH = 2.4cm$ ។

- គណនា HB

ក្នុង ΔABC តាមទំនាក់ទំនងរវាងកម្ពស់និងជ្រុងយើងបាន

$BC \times HB = AB^2$ ឬ $HB = \dfrac{AB^2}{BC}$

យើងបាន $HB = \dfrac{AB^2}{BC}$ (ដោយ $AB = 3cm$, $BC = 5cm$)

$= \dfrac{3^2}{5}$

$= \dfrac{9}{5}$

$= 1.8$

ដូចនេះ $HB = 1.8cm$ ។

- គណនា HC

ក្នុង ΔABC តាមទំនាក់ទំនងរវាងកម្ពស់និងជ្រុងយើងបាន

$BC \times HC = AC^2$ ឬ $HC = \dfrac{AC^2}{BC}$

យើងបាន $HC = \frac{AC^2}{BC}$ (ដោយ $AC = 4cm$, $BC = 5cm$)

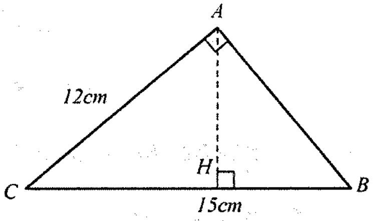
$= \frac{4^2}{5}$

$= \frac{16}{5}$

$= 3.2$

ដូចនេះ $HC = 3.2cm$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេមានត្រីកោណ ABC កែងត្រង់ A ដែល $AH = 8cm$, $BC = 15cm$ និង $AC = 12cm$ ។ ចូររកប្រវែង AB , HB និង HC ។



ចម្លើយ : រកប្រវែង AB , HB និង HC

- គណនា AB

ABC ជាត្រីកោណកែងតាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រយើងបាន $BC^2 = AB^2 + AC^2$

នាំឱ្យ $AB^2 = BC^2 - AC^2$

$AB = \sqrt{BC^2 - AC^2}$ (ដោយ $AC = 12cm$ និង $BC = 15cm$)

$= \sqrt{(15)^2 - (12)^2}$

$= \sqrt{225 - 144}$

$= \sqrt{81}$

$= \sqrt{9^2}$

$= 9$

ដូចនេះ $AB = 9cm$ ។

- គណនា HB

ក្នុង ΔABC តាមទំនាក់ទំនងរវាងកម្ពស់និងជ្រុងយើងបាន

$$BC \times BH = AB^2 \quad \text{ឬ} \quad BH = \frac{AB^2}{BC}$$

យើងបាន $BH = \frac{AB^2}{BC}$ (ដោយ $AB = 9cm$ និង $BC = 15cm$)

$= \frac{9^2}{15}$

$= \frac{81}{15}$

$= 5.40$

ដូចនេះ $HB = 5.40cm$ ។

- គណនា HC

ក្នុងត្រីកោណកែង ABC តាមទំនាក់ទំនងរវាងកម្ពស់និងជ្រុងយើងបាន

$$BC \times HC = AC^2 \quad \text{ឬ} \quad HC = \frac{AC^2}{BC}$$

យើងបាន $HC = \dfrac{AC^2}{BC}$ (ដោយ $BC = 15cm$ និង $AC = 12cm$)

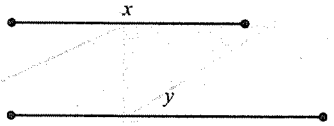
$$= \frac{12^2}{15}$$

$$= \frac{144}{15}$$

$$= 9.60$$

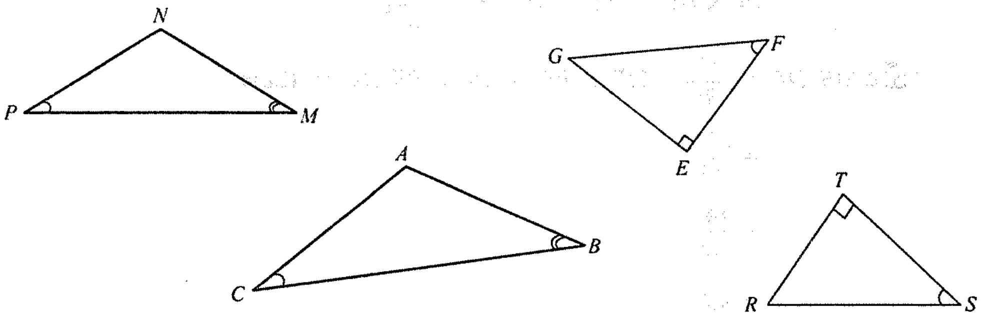
ដូចនេះ $HC = 9.60cm$ ។

ប្រតិបត្តិ : គេឱ្យអង្កត់ពីរដែលមានប្រវែង x និង y ។ ចូរគណនាប្រវែង z មួយដែល $z = \sqrt{x^2 - y^2}$ និងសង់រូបនោះឡើងវិញ ដែល x , y និង z ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណ ។

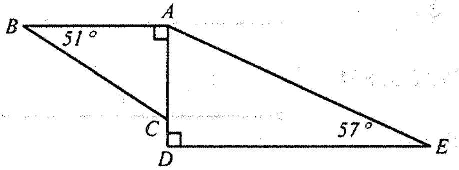


? លំហាត់

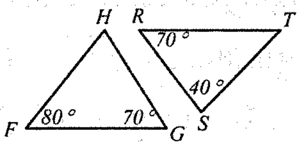
1. គូត្រីកោណខាងក្រោមជាត្រីកោណដូចគ្នា ។ ចូរសរសេរឈ្មោះ និងជ្រុងត្រូវគ្នា ។



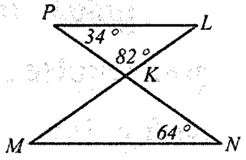
2. តើគូត្រីកោណនីមួយៗខាងក្រោមដូចគ្នាដែរឬទេ ? ហេតុអ្វី ?



រូប(ក)

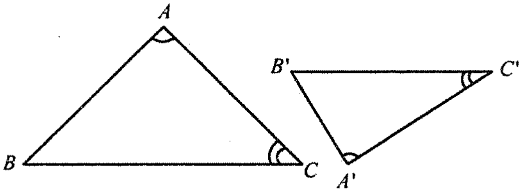


រូប(ខ)

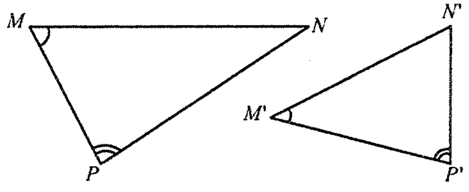


រូប(គ)

3. ចូរប្រៀបធៀប ΔABC និង $\Delta A'B'C'$, ΔPMN និង $\Delta P'M'N'$ រួចសរសេរផលធៀបដំណូច (រូបខាងក្រោម) ។

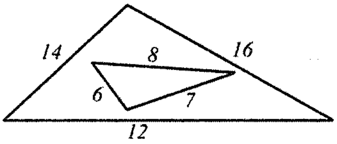


រូប (•A)

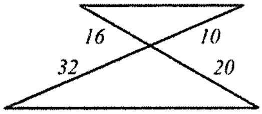


រូប (•B)

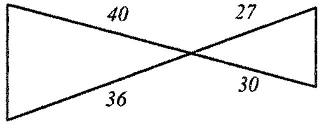
4. តើគូត្រីកោណនីមួយៗ ខាងក្រោមនេះជាត្រីកោណដូចគ្នាដែរឬទេ ? ហេតុអ្វី ?



រូប (•A)

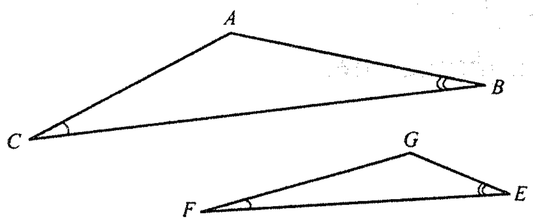


រូប (•B)

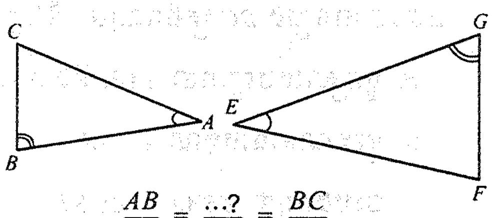


រូប (•C)

5. គេមានត្រីកោណ ABC ដូចត្រីកោណ GEF រូបខាងក្រោម ចូរសរសេរបំពេញផលធៀបដំណូច ។

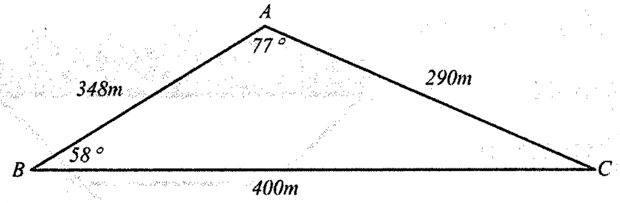


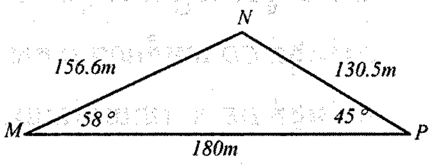
$\frac{AB}{GE} = \frac{BC}{...?} = \frac{...?}{FG}$



$\frac{AB}{EG} = \frac{...?}{EF} = \frac{BC}{...?}$

6. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាត្រីកោណខាងក្រោមជាត្រីកោណដូចគ្នារួចទាញវិបាក ។

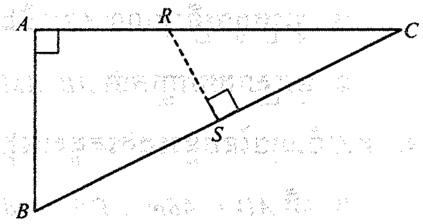




7. គេឱ្យចតុកោណព្នាយ$ABCD$ បន្លាយជ្រុងទ្រេត AD និង BC កាត់គ្នាត្រង់ F ដោយស្គាល់ $FD : FA = 8 : 5$ និង $FB = 2.25m$ ។ ចូរគណនាប្រវែង BC ។

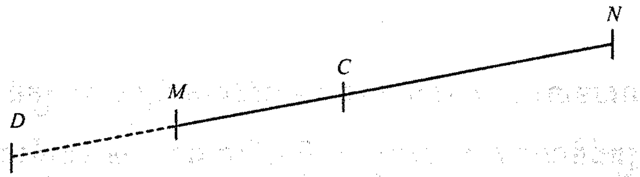
8. គេមានត្រីកោណដូចគ្នាពីរ ដែលមានបរិមាត្ររៀងគ្នា $35dm$ និង $56dm$ ។ ចូររកប្រវែងកម្ពស់មួយនៃត្រីកោណធំបើកម្ពស់នៃត្រីកោណតូចស្មើនឹង $10dm$ ។

9. ក្នុងត្រីកោណ ABC មាន $\angle BAC = 90°$ ហើយ $RS \perp BC$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\Delta ABC \sim \Delta SRC$ ។



10. ចូរដៅចំណុច C និង D ដែលចែកអង្កត់ MN ខាងក្នុងនិងខាងក្រៅតាមផលធៀប $\frac{a}{b}$ ។

ក. $MN = 11dm$, $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ ខ. $MN = 6dm$, $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$ ។



11. គេឱ្យត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់ដែល $AB = \alpha$, $AC = \beta$, $BC = \partial$ ។ កន្លះបន្ទាត់ពុះ $\angle BAC$ កាត់ជ្រុង BC ត្រង់ចំណុច I និងធ្នូ BC ត្រង់ J ។

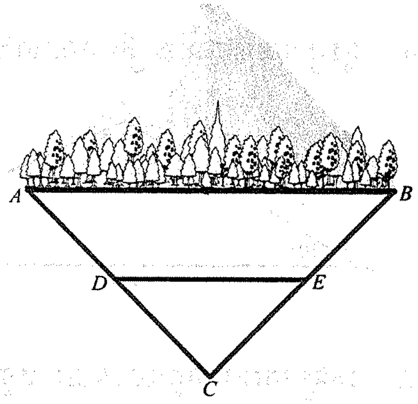
ក. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា ΔABI និង ΔAJC ជាត្រីកោណដូចគ្នា ។

ខ. ចូរគណនាផលគុណ $AI.AJ$ ។

គ. ចូរបង្ហាញថា $\angle BAJ = \angle CBJ$

ឃ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $JB^2 = JA.JI$ ។

12. ដើម្បីវាស់ចម្ងាយពីចំណុច A ទៅចំណុច B ដែលមានឧបសគ្គមួយមិនអាចទៅដល់ គេជ្រើសរើសយកចំណុច C មួយ រួចវាស់ប្រវែងអង្កត់ AC ។ បើ $D \in AC$ នោះវាស់អង្កត់ CD តាមចំណុច D គូសបន្ទាត់ $DE // AB$ រួចវាស់អង្កត់ DE ។ ដោយធ្វើតាមរបៀបនេះគេអាចគណនាអង្កត់ AB បាន ។



បើ $CA = 1.8km$, $CD = 90m$ និង $DE = 150m$ ។ ចូរគណនាចម្ងាយ AB ។

13. គេឱ្យត្រីកោណ ABC ចារឹកក្នុងរង្វង់ ។ បន្ទាត់មួយស្របទៅនឹងបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ A កាត់អង្កត់ AB និង AC ត្រង់ចំណុច M និង N ។

ក. ចូរប្រដូចត្រីកោណ ABC និងត្រីកោណ AMN ។

ខ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $AB.AM = AC.AN$ ។

14. តាមចំណុចនៃកន្លះរង្វង់គេគូសអង្កត់ CD កែងទៅអង្កត់ផ្ចិត AB ។

ក. បើ $AD = 4dm$, $DB = 9dm$ ។ ចូរគណនា CD ។

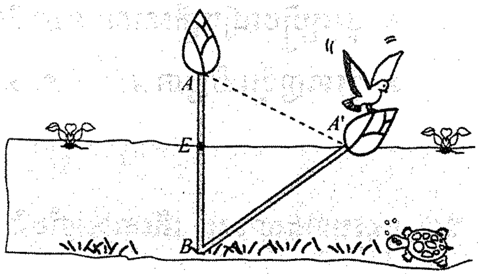
ខ. បើ $AB = 29dm$, $CD = 10cm$ ។ ចូរគណនា AD និង DB ។

15. ស្រាយបំភ្លឺឱ្យឃើញថាក្នុងត្រីកោណមួយរង្វាស់កម្ពស់ច្រាសសមមាត្រនឹងរង្វាស់ជ្រុងគឺ $ah_a = bh_b = ch_c$ ។ (ណែនាំ គូសកម្ពស់ពីររួចប្រដូចត្រីកោណកែងដែលមានកម្ពស់មួយជាជ្រុងនៃមុំកែង) ។

16. តាមកំពូល A នៃត្រីកោណសមបាត ABC គេគូសបន្ទាត់មួយដែលកាត់ជ្រុង BC ត្រង់ D និងកាត់រង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណត្រង់ចំណុច E ។ ចូរប្រៀបធៀបត្រីកោណ ADB និងត្រីកោណ AEB រួចស្រាយបញ្ជាក់ថា $AB^2 = AD.AE$ ។

17. ដើមឫស្សីមួយដើមមានកម្ពស់ $10m$ ត្រូវខ្យល់វាយបាក់ត្រង់ចំណុច P មួយ ហើយចុងឫស្សីប៉ះដីត្រង់ចំណុចមួយដែលមានចម្ងាយ $3m$ ពីគល់ ។ ចូរគណនាដើមឫស្សីពីគល់ទៅចំណុចបាក់ P ។

18. AB ជារង្វាស់ពីបាតដីដល់ផ្កាឈូក ហើយផ្នែកផុតពីទឹកមានប្រវែង $AE = 3dm$ ពេលនោះមានចាបមួយមកទុំធ្វើឱ្យផ្កាឈូកទ្រេតប្រកាន់យកស្ថានភាព BA' ដែល $EA' = 9dm$ ។ ចូររកជំរៅទឹក EB ។

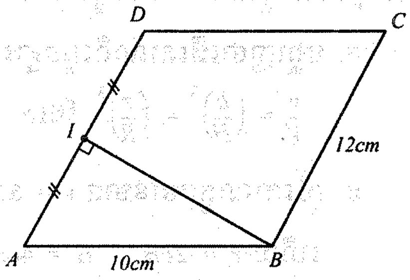


19. តាង b និង c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងពីរនៃមុំកែងរបស់ត្រីកោណកែងមួយ ។ h ជារង្វាស់កម្ពស់ចំពោះអ៊ីប៉ូតេនុស ។ ចូរគណនា h ទៅតាមតម្លៃ a និង b ។

20. $ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាមដូចរូបខាងស្ដាំ ។ I ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ AD ដែល $(IB)\perp(AD)$ ។

ក. ចូរគណនា IB

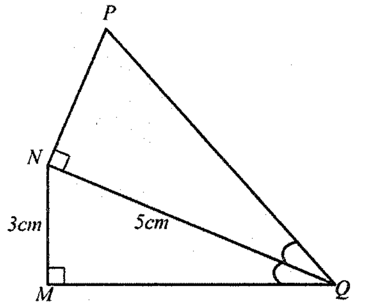
ខ. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្រលេឡូក្រាម ។



21. ក្នុងរូបខាងស្ដាំនេះ NMQ និង PNQ ជាត្រីកោណកែង ។

ក. ចូរគណនារង្វាស់ MQ

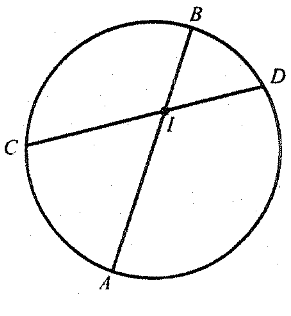
ខ. ចូរគណនារង្វាស់ NP ។



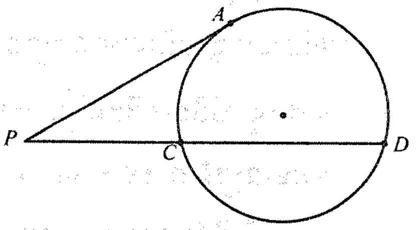
22. ក្នុងរូបខាងស្ដាំនេះអង្កត់ធ្នូ CD និង AB កាត់គ្នាត្រង់ I ដែល $AI = 15cm$, $IC = 12cm$, $ID = 4cm$, $IB = 5cm$, $BD = 3cm$ ។

ក. ចូរប្រៀបធៀបត្រីកោណ IAC និង IBD

ខ. ចូរគណនារង្វាស់ AC ។



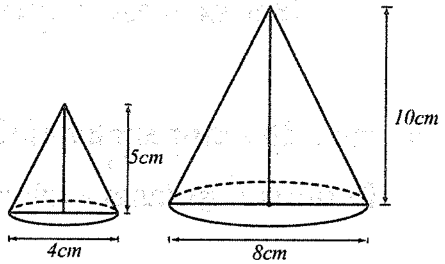
23. ក្នុងរូបខាងស្ដាំពីចំណុច P គេគូសបន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ត្រង់ A ហើយគូសបន្ទាត់មួយទៀតកាត់រង្វង់ត្រង់ C និង D ។



ក. ចូរប្រៀបធៀបត្រីកោណ PAC និង PAD

ខ. ចូរទាញឱ្យឃើញថា $AP^2 = PC \times PD$ ។

24. ក្នុងរូបខាងស្ដាំនេះ តើកោណទាំងពីរដូចគ្នាឬទេ ?



25. រូបខាងស្ដាំជាកោណពីរដូចគ្នា ។

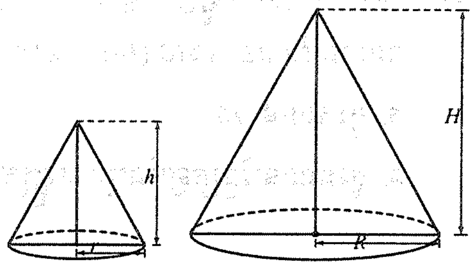
ក. បង្ហាញថាបើកោណពីរដូចគ្នានោះ

$\frac{v}{V} = \left(\frac{h}{H}\right)^3 = \left(\frac{r}{R}\right)^3$ ដែល v និង V ជាមាឌ

ខ. បើកោណតូចមានមាឌ $v = 6.28cm^2$

ហើយ $h = 2cm$, $H = 4cm$ ។

ចូរគណនាមាឌ V នៃកោណធំ ។



មេរៀនទី

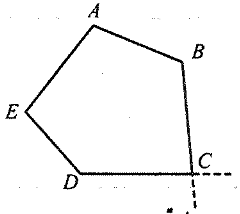
17 ពហុកោណ

វត្ថុបំណង

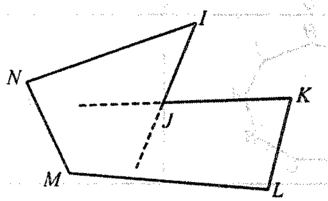
- កំណត់មុំនិងជ្រុងនៃពហុកោណប៉ោង ។
- រកផលបូកមុំក្នុងនិង មុំក្រៅពហុកោណ ។
- រករង្វាស់មុំនៃពហុកោណនិយ័ត ។

1. និយមន័យ

ពហុកោណជាផ្នែកមួយនៃប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកាច់បិទជិត ។



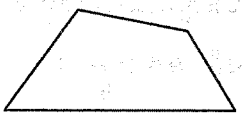
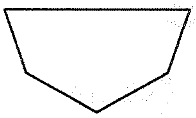
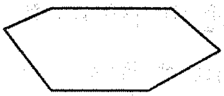
ពហុកោណប៉ោង



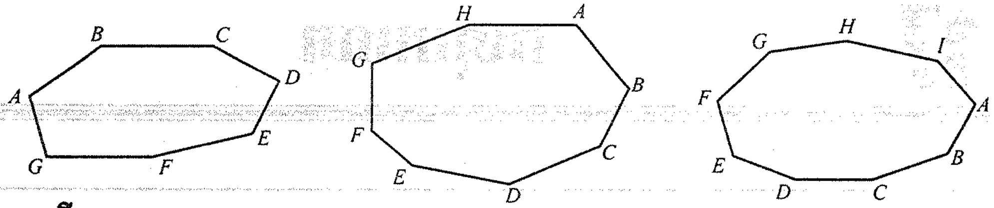
ពហុកោណផត

ចំពោះពីរករណីនេះ យើងសិក្សាតែពហុកោណប៉ោង ។

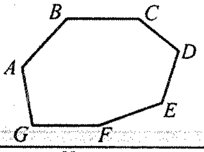
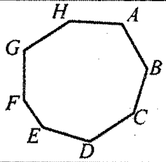
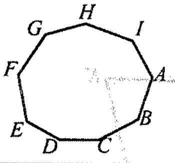
គេឱ្យឈ្មោះពហុកោណទៅតាមចំនួនជ្រុងរបស់វា ។

ឈ្មោះ ពហុកោណ	រូប	ចំនួនជ្រុង
ត្រីកោណ		3
ចតុកោណ		4
បញ្ចកោណ		5
ឆកោណ		6

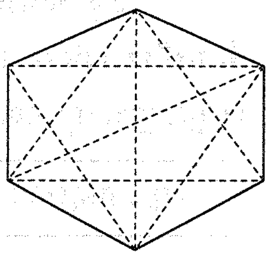
លំហាត់គំរូទី 1 : ចូររាប់ចំនួននិងចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណតាមរូបខាងក្រោម ។



ចម្លើយ :

រូប	ចំនួនជ្រុង	ចំនួនមុំ
	7	7
	8	8
	9	9

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរប្រាប់ចំនួនជ្រុងនិងអង្កត់ទ្រូងនៃពហុកោណរូបខាងស្តាំ ។



ចម្លើយ : ពហុកោណមានជ្រុងទាំងអស់ 6 ហើយមានអង្កត់ទ្រូងចំនួន 9 ។

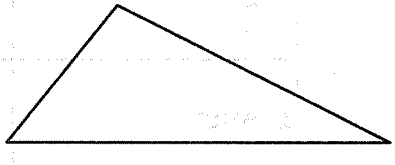
ចំណាំ : អង្កត់ទ្រូងពហុកោណជាអង្កត់ភ្ជាប់កំពូលពីរមិនជាប់គ្នា ។

ប្រតិបត្តិ : គេមាន 8 ចំណុចដែលមិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយនិងមិនត្រួតស៊ីគ្នា ។ ចូរភ្ជាប់ចំណុចទាំងនោះព្រមទាំងប្រាប់ចំនួន ជ្រុងនិងអង្កត់ទ្រូង ។

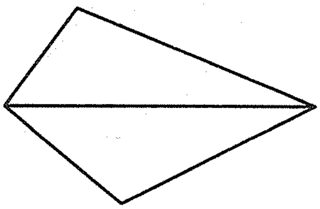
2. ផលបូកមុំក្នុងនៃពហុកោណ

យើងដឹងថាផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណស្មើនឹង 180°

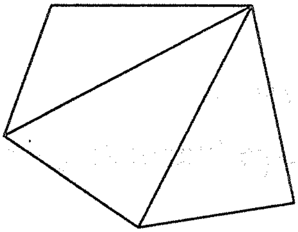
ហេតុនេះ ដើម្បីគណនាផលបូកមុំក្នុងពហុកោណគេត្រូវភ្ជាប់អង្កត់ទ្រូងដើម្បីខណ្ឌចែកពហុកោណជាត្រីកោណ ។



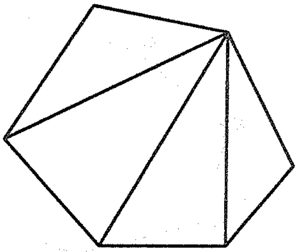
ខាងក្រោមនេះជារបៀបរាប់ចំនួនត្រីកោណក្នុងពហុកោណ ។



ជ្រុង 4 កំណត់បានត្រីកោណ 2



ជ្រុង 5 កំណត់បានត្រីកោណ 3



ជ្រុង 6 កំណត់បានត្រីកោណ 4

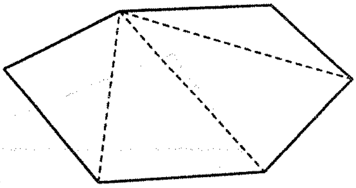
ដូចនេះ ពហុកោណមួយដែលមាន n ជ្រុងអាចមាន $(n-2)$ ត្រីកោណ ។ ដោយក្នុងត្រីកោណមួយមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $180°$ នាំឱ្យពហុកោណដែលមាន n ជ្រុងមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $(n-2).180°$ ។

ឧទាហរណ៍ទី4 : ផលបូកមុំក្នុងនៃ

- ត្រីកោណ $(3-2)\times 180° = 180°$
- ចតុកោណ $(4-2)\times 180° = 360°$
- បញ្ចកោណ $(5-2)\times 180° = 540°$
- អដ្ឋកោណ $(8-2)\times 180° = 1\ 080°$ ។

> ***និយមន័យ :*** ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណមួយដែលមាន n ជ្រុងស្មើនឹង $(n-2)\times 180°$

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូរគណនាផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណតាមរូបខាងស្តាំ ។



ចម្លើយ : ពហុកោណនេះជាឆកោណគឺ $n = 6$

តាមរូបមន្តនៃរង្វាស់មុំក្នុង

$$(n-2)\times 180^\circ = (6-2)\times 180^\circ$$

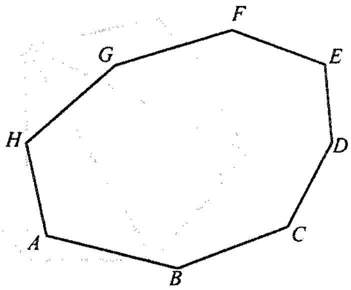
$$= 4\times 180^\circ$$

$$= 720^\circ$$

ដូចនេះ ឆកោណមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង 720° ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូរប្រាប់ឈ្មោះនិងគូសរូបពហុកោណមួយដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $1\ 080^\circ$ ។

ចម្លើយ : តាមរូបមន្តនៃរង្វាស់មុំក្នុង $(n-2)\times 180^\circ$



យើងបាន $1\ 080^\circ = (n-2)\times 180^\circ$

នាំឱ្យ $n-2 = \dfrac{1\ 080^\circ}{180^\circ}$

$$n-2 = 6$$

$$= 8$$

ដូចនេះ ពហុកោណនេះមានជ្រុង 8 មានឈ្មោះអដ្ឋកោណ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : ចូររកផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង : 7 10 12 ។

ចម្លើយ :

- រកផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង 7

តាមរូបមន្ត : $(n-2)\times 180^\circ = (7-2)\times 180^\circ$

$$= 5\times 180^\circ$$

$$= 900^\circ$$

ដូចនេះ ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង 7 ស្មើនឹង 900° ។

• រកផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង 10

តាមរូបមន្ត : $(n-2)\times 180^\circ = (10-2)\times 180^\circ$

$= 8\times 180^\circ$

$= 1\ 440^\circ$

ដូចនេះ ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង 10 ស្មើនឹង $1\ 440^\circ$ ។

• រកផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង 12

តាមរូបមន្ត : $(n-2)\times 180^\circ = (12-2)\times 180^\circ$

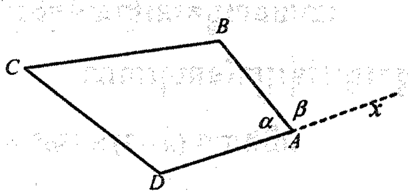
$= 10\times 180^\circ$

$= 1\ 800^\circ$

ដូចនេះផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង 12 ស្មើនឹង $1\ 800^\circ$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូររកចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង $2\ 700^\circ$, $3\ 420^\circ$ ។

3. ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណ



ឧទាហរណ៍ទី1 : គេឱ្យចតុកោណ $ABCD$ មួយ (រូបខាងស្តាំ)បើគេបន្លាយអង្កត់ DA ខាង A នោះយើងសង្កេតឃើញថាផលបូកមុំក្នុងនិងមុំក្រៅនៅត្រង់កំពូល A មានរង្វាស់ស្មើនឹង $\alpha+\beta = 180^\circ$ (ព្រោះ DAx ជាបន្ទាត់) ។

ឧទាហរណ៍ទី2 : គេមានពហុកោណមួយដែលមាន n កំពូល ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនិងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅស្មើនឹង $n\times 180^\circ$ ។ ដោយផលបូករង្វាស់មុំក្នុងមានរង្វាស់ស្មើនឹង $(n-2)\times 180^\circ$ ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណដែលមាន n ជ្រុងគឺ

$$(n\times 180^\circ)-(n-2)\times 180^\circ = n180^\circ - n180^\circ + 360^\circ$$

$$= 360^\circ \text{ ។}$$

ជាទូទៅ : ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃគ្រប់ពហុកោណប៉ោងមានរង្វាស់ស្មើនឹង 360° ។

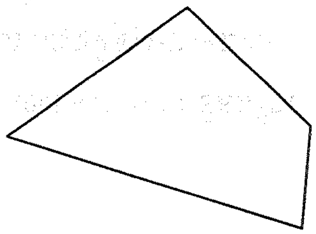
សំគាល់ : ផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនេះ មិនអាស្រ័យនឹងចំនួនជ្រុងពហុកោណទេ ។

លំហាត់គំរូទី 1 **:** បើផលបូកនៃរង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅ នៃពហុកោណមួយ ។ ចូរប្រាប់ប្រភេទពហុកោណនោះ ។

ចម្លើយ **:** ប្រភេទពហុកោណ

ដោយផលបូកនៃរង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណ

យើងបាន $(n-2)\times 180^\circ = 360^\circ$



$$n180^\circ - 360^\circ = 360^\circ$$

$$n = \frac{360^\circ + 360^\circ}{180^\circ}$$

$$= \frac{720^\circ}{180^\circ}$$

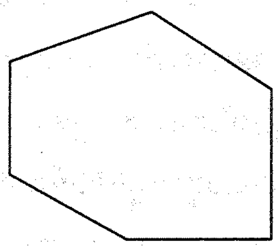
$$= 4$$

ដូចនេះ ពហុកោណដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹងផលបូករង្វាស់ក្រៅជាចតុកោណ ។

លំហាត់គំរូទី 2 **:** បើផលបូកនៃរង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹងពីរដងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណមួយ ។ ចូរបញ្ជាក់ពីប្រភេទពហុកោណ ។

ចម្លើយ **:** ប្រភេទពហុកោណ

ដោយផលបូកនៃរង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹងពីដងនៃផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណ



យើងបាន $(n-2)\times 180^\circ = 2\times 360^\circ$

$$n180^\circ - 360^\circ = 270^\circ$$

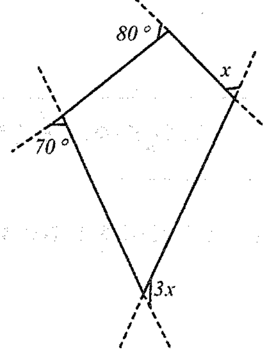
$$n = \frac{270^\circ + 360^\circ}{180^\circ}$$

$$= \frac{1\ 080^\circ}{180^\circ}$$

$$= 6$$

ដូចនេះ ពហុកោណនោះជាឆកោណ ។

លំហាត់គំរូទី 3 **:** ចូរគណនារង្វាស់មុំ x នៃពហុកោណខាងស្តាំ ។



ចម្លើយ : គណនារង្វាស់មុំ x

ដោយផលបូកមុំក្រៅនៃពហុកោណមួយមានរង្វាស់ស្មើនឹង $360°$

គេបាន $3x + x + 80° + 70° = 360°$

$$4x + 150° = 360°$$

$$4x = 360° - 150°$$

$$4x = 210°$$

$$x = 52.5°$$

ដូចនេះ $x = 52.5°$ ។

លំហាត់គំរូទី 4 : ចូរគណនាតម្លៃ α នៃពហុកោណខាងស្តាំ ។

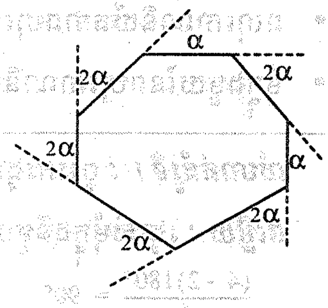
ចម្លើយ : គណនាតម្លៃ α

ដោយផលបូកមុំក្រៅនៃពហុកោណមួយមានរង្វាស់ស្មើនឹង $360°$

គេបាន $\alpha + 2\alpha + \alpha + 2\alpha + 2\alpha + 2\alpha + 2\alpha = 360°$

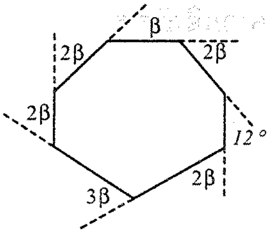
$$12\alpha = 360°$$

$$\alpha = \frac{360°}{12} = 30°$$



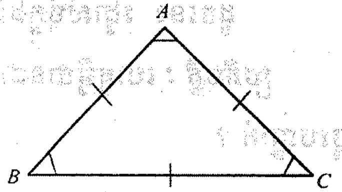
ដូចនេះ $\alpha = 30°$ ។

ប្រតិបត្តិ : ចូរគណនាតម្លៃ β ក្នុងពហុកោណខាងក្រោម ។

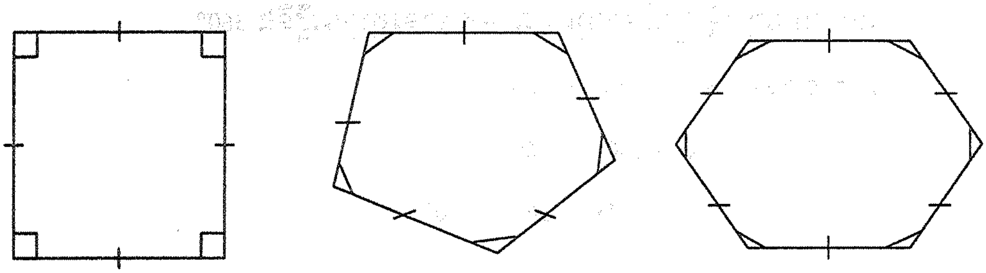


4. រង្វាស់មុំនៃពហុកោណនិយ័ត

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេមានត្រីកោណសម័ង្ស ABC (ដូចរូបខាងស្តាំ) ។ ដោយត្រីកោណសម័ង្សមានរង្វាស់ជ្រុងទាំងបីប៉ុនគ្នា ហើយមានមុំទាំងបីក៏ប៉ុនគ្នាដែរ នោះគេថាត្រីកោណសម័ង្ស ABC ជាពហុកោណនិយ័ត ។



ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេមាន ការេ បញ្ចកោណ និងឆកោណនិយ័តដូចរូបខាងក្រោម ។



យើងសង្កេតឃើញថា ពហុកោណនីមួយៗខាងលើមានមុំទាំងអស់ប៉ុនគ្នា និងជ្រុងទាំងអស់ប៉ុនគ្នាហៅថា ពហុកោណនិយ័ត ។

ឧទាហរណ៍ទី 3 : រង្វាស់មុំក្នុងនៃត្រីកោណសម័ង្សមួយស្មើនឹង $\frac{(3-2)180°}{3} = 60°$

(ពីព្រោះផលបូកមុំក្នុងនៃពហុកោណស្មើនឹង $(n-2)180°$) ។

ជាទូទៅ : • ពហុកោណនិយ័តជាពហុកោណដែលមុំមានរង្វាស់ស្មើគ្នា ហើយជ្រុងទាំងអស់ប៉ុនគ្នា ។ • មុំក្នុងមួយនៃពហុកោណនិយ័តដែលមាន n ជ្រុងមានរង្វាស់មុំស្មើនឹង $\frac{(n-2)180°}{n}$ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូររករង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃការេ ។

ចម្លើយ : រង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃការេគឺ

$$\frac{(4-2)180°}{4} = 90°$$

ដូចនេះ រង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃការេគឺ 90° ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ចូររករង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃអដ្ឋកោណនិយ័ត ។

ចម្លើយ : រង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃអដ្ឋកោណនិយ័ត

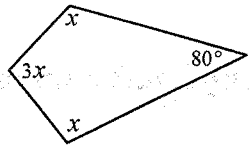
$$\frac{(n-2)180°}{n} = \frac{(8-2)180°}{8} = \frac{6\times 180°}{8} = 135°$$

ដូចនេះ រង្វាស់មុំក្នុងនីមួយៗនៃអដ្ឋកោណនិយ័ត $a° = 135°$ ។

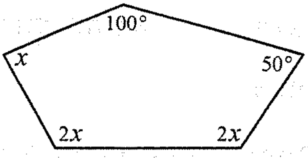
ប្រតិបត្តិ : ហេតុអ្វីបានជាចតុកោណកែង និងចតុកោណស្មើមិនមែនជាពហុកោណនិយ័ត ? ចូរបញ្ជាក់ ?

? លំហាត់

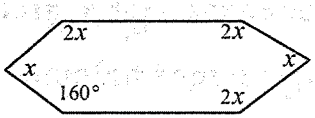
1. ចូរគណនាផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណដែលមានជ្រុង 7 8 9 10 និង 12 ។
2. ចូររកចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង 1 800° , 2 700° និង 4 860° ។
3. តើមានពហុកោណណាដែលមានផលបូករង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង 5 130° ដែរឬទេ ?
4. នៅពេលគេធ្វើការគណនាផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណប៉ោងមួយដែលមានរង្វាស់ស្មើនឹង 540° តើពហុកោណប៉ោងនោះមានជ្រុងប៉ុន្មាន ?
5. ចូររកតម្លៃ x តាមរូបនីមួយៗ នៃពហុកោណខាងក្រោម ។



រូប ក

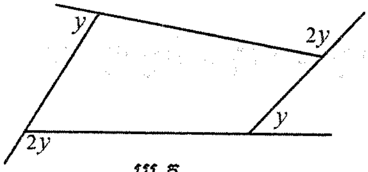


រូប ខ

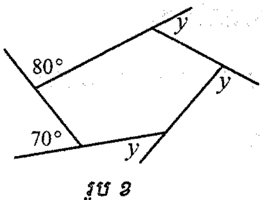


រូប គ

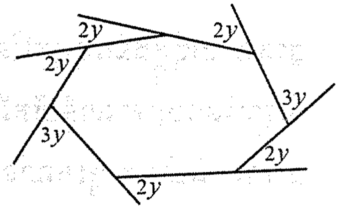
6. ចូររកតម្លៃ y តាមរូបនីមួយៗ នៃពហុកោណខាងក្រោម ។



រូប ក



រូប ខ



រូប គ

7. ចូរគណនាចំនួនជ្រុងនៃពហុកោណនិយ័តដោយស្គាល់រង្វាស់មុំក្នុងស្មើនឹង 150° , 160° និង 175° ។
8. ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនៃពហុកោណនិយ័តមួយមានរង្វាស់ស្មើនឹង 3 240° ។ ចូរគណនារង្វាស់មុំក្រៅនីមួយៗ ។
9. ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងរួមនឹងផលបូករង្វាស់មុំក្រៅនៃពហុកោណនិយ័តមួយស្មើនឹង 900° ។ តើពហុកោណនោះមានជ្រុងប៉ុន្មាន ?
10. មុំក្នុងមួយនៃពហុកោណនិយ័តដែលមាន n ជ្រុងមានរង្វាស់ស្មើនឹង 168° ។ ចូររកចំនួន n ។

11. ចូរគណនារង្វាស់មុំក្រៅនីមួយៗនៃពហុកោណនិយ័តខាងក្រោម ។

ក. ឆកោណនិយ័ត $n = 6$

ខ. បញ្ចកោណនិយ័ត $n = 5$

គ. អដ្ឋកោណនិយ័ត $n = 8$

ឃ. ពហុកោណនិយ័តដែលមានជ្រុង 12 ។

12. ផលបូករង្វាស់មុំក្នុងនិងមុំក្រៅស្មើនឹង 900° ។ តើពហុកោណនោះមានជ្រុងប៉ុន្មាន ?

13. ដោយជ្រុងនីមួយៗ នៃឆកោណនិយ័ត ជាជ្រុងមួយរបស់ការេដែលគេគូសនៅខាងក្រៅឆកោណនិយ័តហើយគេភ្ជាប់ពីកំពូលការេដែលនៅជាប់ៗគ្នា ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថារូបដែលកកើតជាពហុកោណនិយ័តដែលមានជ្រុង 12 ។

14. មុំក្រៅនៃអដ្ឋកោណនិយ័តមួយមានរង្វាស់ 27° តិចជាងរង្វាស់មុំក្រៅមួយនៃពហុកោណនិយ័តមួយដែលមាន n ជ្រុង ។ ចូរគណនា n ។

15. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាបើពហុកោណមួយដែលមាន n ជ្រុងនោះចំនួនអង្កត់ទ្រូងដែលគេអាចគូសបានស្មើ $\frac{n(n-3)}{2}$ ។

ណែនាំ : ប្រៀបធៀបចំនួនជ្រុងពហុកោណទៅនឹងចំនួនអង្កត់ទ្រូងដែលគូសចេញពីកំពូលមួយនៃពហុកោណ ។

16. ចូរគណនាមុំក្នុងនិងមុំក្រៅនៃឆកោណនិយ័ត ។

17. មុំក្រៅនៃពហុកោណនិយ័តដែលមាន n ជ្រុងមានរង្វាស់ 30° ច្រើនជាងរង្វាស់មុំក្រៅមួយនៃឆកោណនិយ័ត ។ ចូរគណនា n ។

មេរៀនទី

18 សូលីត

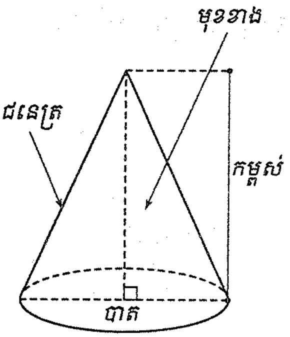
វត្ថុបំណង

- ❑ កំណត់ផ្ទៃក្រឡាខាងនិងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីត ។
- ❑ គណនាមាឌសូលីតតាមរូបមន្ត ទំនាក់ទំនងផ្ទៃក្រឡា និងមាឌនៃសូលីត ។
- ❑ គណនាផលធៀបផ្ទៃក្រឡានិងមាឌនៃសូលីត ។

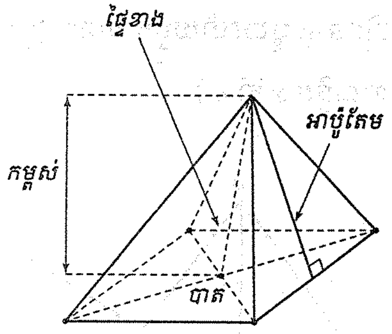
1. ផ្ទៃក្រឡានិងមាឌនៃសូលីត

1.1. ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃសូលីត

មុននឹងសិក្សាផ្ទៃក្រឡានៃសូលីត គេត្រូវស្គាល់ធាតុនៃសូលីតដូចខាងក្រោម ។

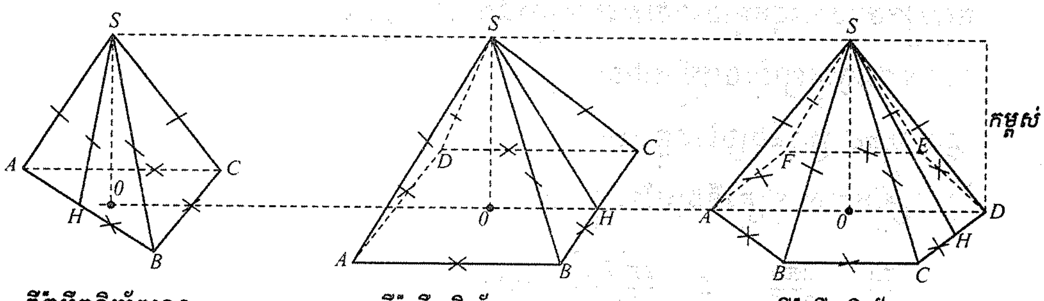


កោណ



ពីរ៉ាមីតនិយ័ត

សូលីតដែលគេជួបប្រទះញឹកញាប់គឺ ពីរ៉ាមីតនិយ័តដូចខាងក្រោម ។



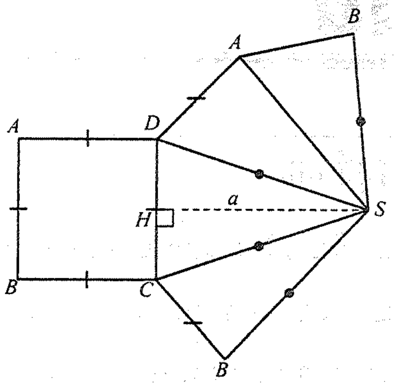
ពីរ៉ាមីតនិយ័តមាន បាតជាត្រីកោណ ABC

ពីរ៉ាមីតនិយ័តមាន បាតជាការេ ABCD

ពីរ៉ាមីតនិយ័តមាន បាតជាឆកោណ ABCDEF

- $[OS]$ កែងនឹងប្លង់បាតហៅថាកម្ពស់នៃពីរ៉ាមីត
- $[SH]\perp[AB]$ ឬ $[SH]\perp[BC]$ ឬ $[SH]\perp[CD]$ ហៅថា **អាប៉ូតែម** ។

ដើម្បីគណនាផ្ទៃក្រឡានៃសូលីត គេពន្លាតពីរ៉ាមីតនិយ័តដែលមានបាតជាការេដាក់លើប្លង់មួយ ។



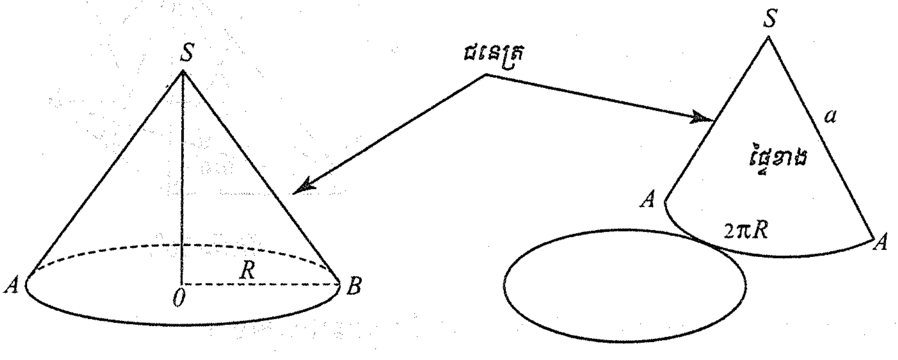
$$S_L = 4\times S_{ABC}$$

$$= 4\times\frac{1}{2}DC\times HS$$

$$= \frac{1}{2}\times \underbrace{4DC}_{\text{បរិមាត្របាត}}\times \underbrace{HS}_{\text{អាប៉ូតែម}}$$

ជាទូទៅ : ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃពីរ៉ាមីតនិយ័តស្មើនឹងផលគុណរវាងកន្លះបរិមាត្របាតនឹងអាប៉ូតែម $S_L = \frac{1}{2}\times p\times a$ (p : បរិមាត្រពហុកោណនិយ័តបាត , a : អាប៉ូតែម) ។

ដូចគ្នានេះដែរ បើគេពន្លាតផ្ទៃខាងនៃកោណដោយកាត់តាមជនេត្រណាមួយដាក់លើប្លង់ នោះគេបានចម្រៀកថាសមួយហើយធ្នូកំណត់ចម្រៀកថាសនេះមានរង្វាស់ស្មើនឹងបរិមាត្រនៃរង្វង់បាតរបស់កោណ ។ (ថាសផ្ចិត S កាំ a)



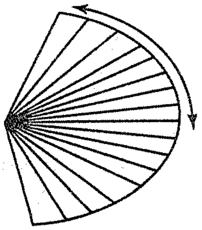
ចម្រៀកថាសជាផ្នែកមួយនៃថាសដែលត្រូវនឹងប្រវែងធ្នូ $2\pi R$

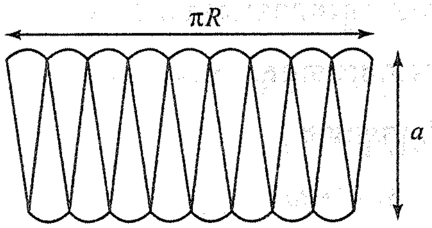
តាង S ជាផ្ទៃក្រឡានៃចម្រៀកថាស

ផ្ទៃថាស πa^2 ត្រូវនឹងប្រវែងធ្នូ $2\pi a$

ផ្ទៃចម្រៀកថាស S ត្រូវនឹងប្រវែងធ្នូ $2\pi R$

$$\frac{\pi a^2}{S} = \frac{2\pi a}{2\pi R}\ ,\ S = \frac{2\pi^2 Ra^2}{2\pi a} = \pi Ra$$



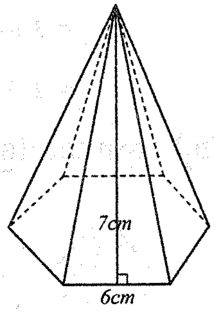


ជាទូទៅ : ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃកោណគឺ $S_L = \pi Ra$ (R កាំបាត , a ជនេត្រ)

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់គឺ $S_T = \pi Ra + \pi R^2 = \pi R(a+R)$

លំហាត់គំរូទី1 : ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាខាងនៃពីរ៉ាមីតនិយ័ត(តាមរូបខាងក្រោម) ។

ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាខាង



$$S_L = \frac{1}{2}pa$$

$$= \frac{1}{2}(6 \times 6) \times 7$$

$$= 126$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាខាងនៃពីរ៉ាមីតនិយ័តគឺ $S_L = 126cm^2$ ។

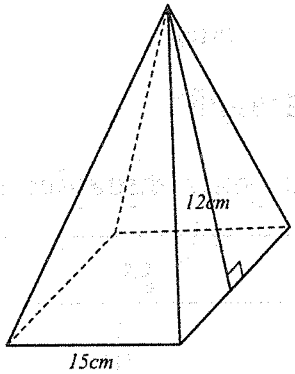
លំហាត់គំរូទី2 : ចូរគណនាក្រឡាផ្ទៃទាំងអស់នៃពីរ៉ាមីតនិយ័ត(តាមរូបខាងក្រោម) ។

ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាខាង

$$S_L = \frac{1}{2}pa$$

$$= \frac{1}{2}(15 \times 4) \times 12$$

$$= 360$$



ផ្ទៃក្រឡាបាត

$$S_B = a^2$$

$$= 15^2$$

$$= 225$$

ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់

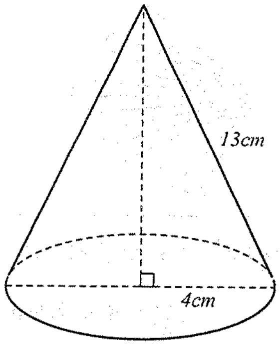
$$S_T = S_L + S_B$$

$$= 360 + 225$$

$$= 585$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់គឺ : $S_T = 585cm^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាខាងនិងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃកោណ(តាមរូបខាងស្តាំ) ។ ($\pi = 3.14$)



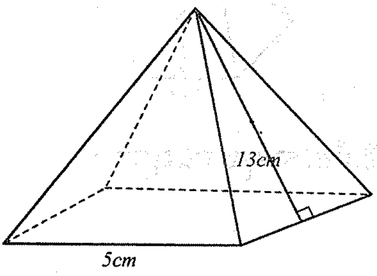
ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាខាង

$$S_L = \pi R a$$
$$= 3.14 \times 4 \times 13$$
$$= 163.28 cm^2$$

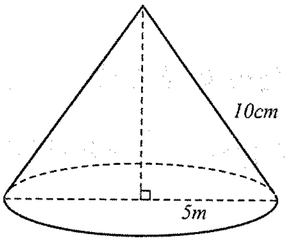
ផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់

$$S_T = \pi R(R + a)$$
$$= 3.14 \times 4(4 + 13)$$
$$= 213.52 cm^2 \text{ ។}$$

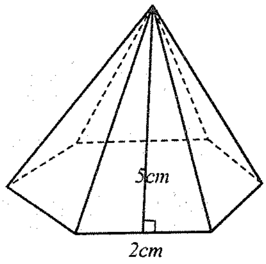
ប្រតិបត្តិ : ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាខាងនិងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់តាមរូបខាងក្រោម ។



រូប (a)



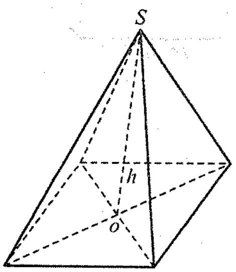
រូប (b)

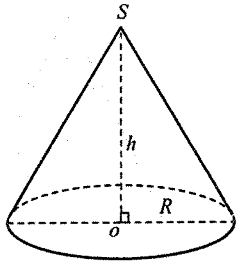
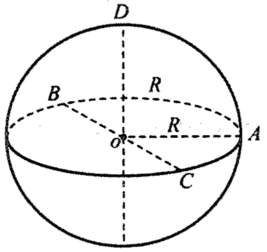


រូប (c)

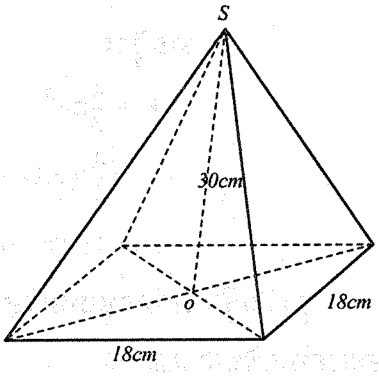
1.2. មាឌនៃសូលីត

ខាងក្រោមនេះជារូបមន្តនៃមាឌសូលីត ។

រូប	ឈ្មោះ	មាឌ (V)
	ពីរ៉ាមីត	$V = \frac{1}{3} S_B \times h$ $SO = h$ ជាកម្ពស់ពីរ៉ាមីត S_B ផ្ទៃក្រឡាបាត

	កោណ	$V = \frac{1}{3}\pi R^2\ h$ $SO = h$ ជាកម្ពស់កោណ R កាំនៃថាសបាត
	ស្វ៊ែ ឬ ប៊ូល	$S = 4\pi R^2$, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ O ហៅថា ផ្ចិតនៃប៊ូល ឬ ស្វ៊ែ $[OA]$, $[OD]$ ហៅថា កាំ $OA = OB = OC = OD = R$ $[BC]$ ហៅថា អង្កត់ផ្ចិត $BC = 2R$

លំហាត់គំរូទី 1 : ចូររកមាឌនៃពីរ៉ាមីត(រូបខាងស្តាំ) ។



ចម្លើយ : មាឌនៃពីរ៉ាមីត

ផ្ទៃក្រឡាបាត

$$S_B = 18 \times 18$$

$$= 324cm^2$$

មាឌនៃពីរ៉ាមីត

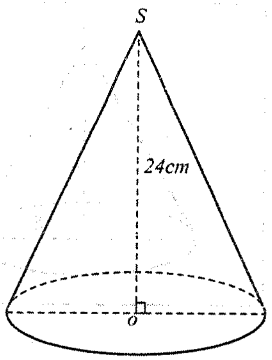
$$V = \frac{S_B \times h}{3}$$

$$= \frac{324 \times 30}{3}$$

$$= 4\ 860cm^3$$

ដូចនេះ មាឌនៃពីរ៉ាមីត $V = 4\ 860cm^3$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : កោណមួយមានកម្ពស់ $24cm$ ហើយមានមាឌ $3\ 018cm^3$ ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡាបាតកោណ ។



ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាបាតកោណ

តាមរូបមន្ត $V = \dfrac{S_B \times h}{3}$ នាំឱ្យ $S_B = \dfrac{3V}{h}$

$$S_B = \frac{3\ 018 \times 3}{24}$$

$$= 377.25$$

ដូចនេះ ផ្ទៃក្រឡាបាតកោណ $S_B = 377.25cm^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : ចូររកផ្ទៃក្រឡាស្វ៊ែនិងមាឌប៊ូលដែលកាំមានប្រវែង $14cm$ ។

ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាស្វ៊ែ

$$S = 4\pi R^2$$

$$= 4 \times 3.14 \times (14)^2$$

$$= 2461.76cm^2$$

មាឌប៊ូល

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times (14)^3$$

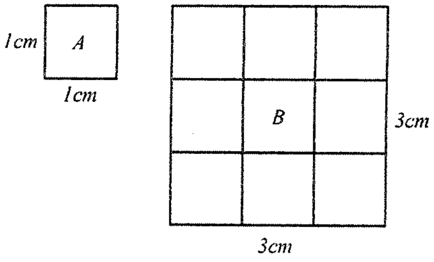
$$= 11488.21cm^3 \text{ ។}$$

ប្រតិបត្តិ : កោណមួយមានកម្ពស់ $28cm$ និង កាំនៃថាសបាតមានប្រវែង $13cm$ ។ ចូរគណនាមាឌកោណគិតជា dm^3 ។

2. ផលធៀបផ្ទៃក្រឡានិងមាឌនៃសូលីត

2.1. ផលធៀបផ្ទៃក្រឡា

ឧទាហរណ៍ទី 1 : គេមានការេ A និងការេ B ដូចរូបខាងក្រោម ។ តើផលធៀបផ្ទៃក្រឡារបស់វាស្មើនឹងប៉ុន្មាន ?



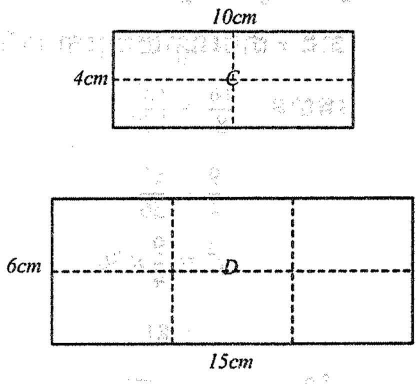
ផ្ទៃក្រឡាការេ A ស្មើនឹង $1 \times 1 = 1cm^2$

ផ្ទៃក្រឡាការេ B ស្មើនឹង $3 \times 3 = 9cm^2$

ផលធៀបរវាងជ្រុងនៃការេទាំងពីរគឺ $\frac{1}{3}$

ផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡានៃការេទាំងពីរគឺ $\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$

ឧទាហរណ៍ទី 2 : គេមានចតុកោណកែងពីរ(ដូចរូបខាងស្តាំ) ។



ផលធៀបរវាងបណ្តោយទាំងពីរស្មើនឹង $\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

ផលធៀបរវាងទទឹងទាំងពីរស្មើនឹង $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

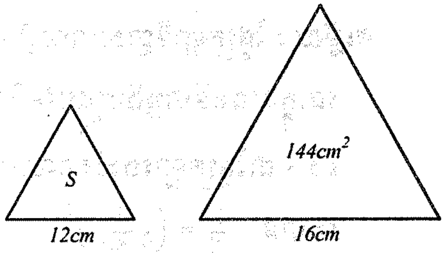
ផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡាទាំងពីរស្មើនឹង

$\frac{15 \times 6}{10 \times 4} = \frac{3 \times 3}{2 \times 2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$ ។

សំគាល់ : ជ្រុងនៃចតុកោណកែងទាំងពីរសមាមាត្រនឹងគ្នាជាចតុកោណកែងដូចគ្នា ។

ជាទូទៅ : កាលណារូបពីរដូចគ្នាផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹងការេនៃផលធៀបរវាងធាតុត្រូវគ្នាពីរ ។

លំហាត់គំរូទី 1 : ត្រីកោណទាំងពីរខាងស្តាំនេះជាត្រីកោណដូចគ្នា ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ S ។



ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ S

បើ S ជាផ្ទៃក្រឡាដែលត្រូវរក

គេបាន $\frac{S}{144} = \left(\frac{12}{16}\right)^2$

$= \frac{9}{16}$

$= \left(\frac{3}{4}\right)^2$

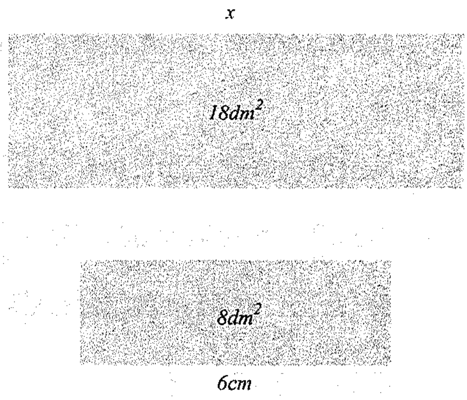
នាំឱ្យ $S = \frac{9}{16} \times 144$

$= 81$

ដូចនេះ $S = 81cm^2$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : គេមានចតុកោណកែងពីរដូចគ្នាដែលមានផ្ទៃក្រឡារៀងគ្នាស្មើនឹង $18dm^2$ និង $8dm^2$ ។ ចូរគណនាបណ្តោយចតុកោណធំដោយដឹងថា ចតុកោណតូចមានបណ្តោយស្មើនឹង $6dm$ ។

ចម្លើយ : ចូរបណ្តោយចតុកោណកែងធំ



តាង x ជាបណ្តោយចតុកោណកែងធំ

គេបាន $\frac{18}{8} = \left(\frac{x}{6}\right)^2$

$$\frac{9}{4} = \frac{x^2}{36}$$

$$x^2 = \frac{9}{4}\times 36$$

$$= 81$$

នាំឱ្យ $x = \sqrt{81}$

$$= 9$$

ដូចនេះ បណ្តោយចតុកោណកែងធំ $x = 9dm$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : នៅពេលសិក្សាមេរៀនភូមិវិទ្យាលោកគ្រូបានយកផែនទីនៃទីធ្លារបស់សាលារៀនដែលមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\ 500}$ ។ គេដឹងថាវិមាត្រនៃទីធ្លាសាលារៀននៅក្នុងប្លង់មានរាងចតុកោណកែងមានវង្វាស់ $3cm$ និង $2cm$ ។ ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡាទីធ្លារបស់សាលារៀនពិត ។

ចម្លើយ : ផ្ទៃក្រឡាទីធ្លាសាលារៀន

នៅក្នុងផែនទីជាប្លង់បង្រួមនៃទីធ្លាសាលារៀនដែលផលធៀបវិមាត្រស្មើនឹង $\frac{1}{2\ 500}$

បើ S ជាផ្ទៃក្រឡារបស់សាលារៀន ហើយ S' ជាផ្ទៃក្រឡានៅក្នុងផែនទី

គេបាន $\frac{S'}{S} = \left(\frac{1}{2\ 500}\right)^2$

នាំឱ្យ $S = S'\times(2\ 500)^2$

តែ $S' = 2\times 3$

$$= 6$$

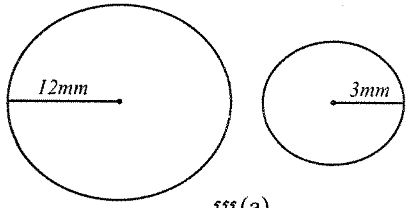
នោះ $S = S'\times(2\ 500)^2$

$$= 6\times(2\ 500)^2$$

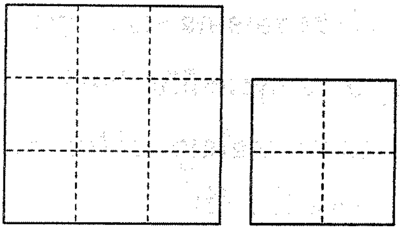
$S = 375\times 10^5$ ឬ $S = 3\ 750m^2$

ដូចនេះ ទីធ្លាសាលារៀនមានផ្ទៃក្រឡា $S = 3\ 750m^2$ ។

ប្រតិបត្តិ ៖ ចូរសរសេរផលធៀបបរិមាត្រនិងផលធៀបផ្ទៃក្រឡានៃរូបដូចគ្នាខាងក្រោម ។



រូប(a)



រូប(b)

2.2. ផលធៀបមាឌ

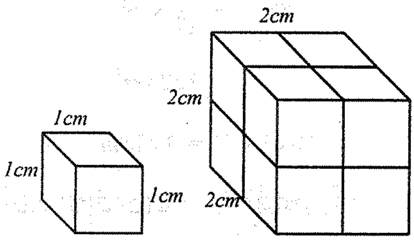
ឧទាហរណ៍ទី 1 ៖ គេមានគូបពីរ(ដូចរូបខាងស្តាំ)

មាឌរបស់គូប (a) ស្មើនឹង $V_a = 1 \times 1 \times 1 = 1cm^3$

មាឌរបស់គូប (b) ស្មើនឹង $V_b = 2 \times 2 \times 2 = 8cm^3$

ផលធៀបវិមាត្រស្មើនឹង $\frac{1}{2}$

ផលធៀបមាឌស្មើនឹង $\frac{1 \times 1 \times 1}{2 \times 2 \times 2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$ ។



រូប(a) រូប(b)

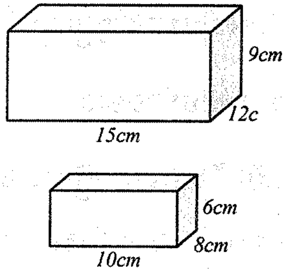
ឧទាហរណ៍ទី 2 ៖ ចូរពិនិត្យប្រអប់ពីរដូចគ្នា(រូបខាងក្រោម) ។

ផលធៀបបណ្តោយស្មើនឹង $\frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

ផលធៀបទទឹងស្មើនឹង $\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

ផលធៀបកម្ពស់ស្មើនឹង $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

ផលធៀបមាឌស្មើនឹង $\frac{3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$



ប្រអប់មានវិមាត្រសមមាត្រគ្នាជាប្រអប់ដូចគ្នា ។

> *ជាទូទៅ ៖* កាលណារូបពីរដូចគ្នាផលធៀបរវាងមាឌ ស្មើនឹងគូបនៃផលធៀបរវាងធាតុត្រូវគ្នាពីរ ។

លំហាត់គំរូទី 1 ៖ ផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃគូបស្មើនឹង $\frac{16}{25}$ ។ ចូរគណនាផលធៀបរវាងជ្រុងនិងផលធៀបរវាងមាឌនៃគូបពីរដូចគ្នា ។

ចម្លើយ ៖ យើងដឹងថាផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹងការេផលធៀបរវាងជ្រុងត្រូវគ្នា

តាង x ជាផលធៀបរវាងជ្រុងនោះ $x^2 = \frac{16}{25}$, $x = \frac{4}{5}$

ដូចនេះផលធៀបរវាងមាឌស្មើនឹង $\left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{135}$ ។

លំហាត់គំរូទី 2 : ផលធៀបរវាងបណ្ដោយនៃប្រលេពីប៉ែតកែងដូចគ្នាពីរស្មើនឹង $\frac{4}{3}$ ។ បើប្រលេពីប៉ែតកែងតូចមានមាឌ $54dm^3$ ចូររកមាឌប្រលេពីប៉ែតកែងធំ ។

ចម្លើយ : មាឌប្រលេពីប៉ែតកែងធំ

តាង V ជាមាឌនៃប្រលេពីប៉ែតកែងធំ

គេបាន $\frac{V}{54} = \left(\frac{4}{3}\right)^3$

$= \frac{64}{27}$

នាំឱ្យ $V = \frac{64}{27} \times 54$

$= 128dm^3$

ដូចនេះ $V = 128dm^3$ ។

លំហាត់គំរូទី 3 : ផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃគូបស្មើនឹង 16 : 25 ។ តើគូបធំមានម៉ាសប៉ុន្មានបើគេដឹងថាគូបតូចមានម៉ាសស្មើនឹង $32g$ (គូបទាំងពីរធ្វើពីវត្ថុធាតុតែមួយ) ។ គូបទាំងពីរជាគូបដូចគ្នា ។

ចម្លើយ : ម៉ាសគូបធំ

ផលធៀបរវាងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ $\frac{s}{S} = \frac{16}{25} = \left(\frac{4}{5}\right)^2$

ផលធៀបរវាងមាឌ $\frac{v}{V} = \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125}$

យើងដឹងថាផលធៀបរវាងម៉ាសគូបទាំងពីរស្មើនឹងផលធៀបរវាងមាឌរបស់វា

បើ m និង M ជាម៉ាសនៃគូបទាំងពីរនាំឱ្យ $\frac{m}{M} = \frac{v \cdot \mu}{V \cdot \mu} = \frac{v}{V} = \frac{64}{125}$ ដែល μ ជាម៉ាសមាឌ

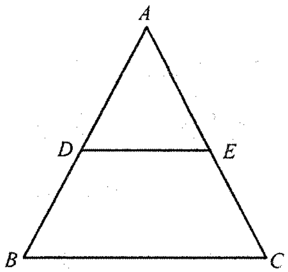
$M = \frac{125 \times m}{64}$

$= \frac{125}{64} \times 32$

$= 62.5$

ដូចនេះ $M = 62.5g$ ។

ប្រតិបត្តិ : គេឱ្យ $(DE) // (BC)$ $AD = 3cm$, $AB = 5cm$ ។ ដោយដឹងថាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ $ADE = 6cm^2$ ។

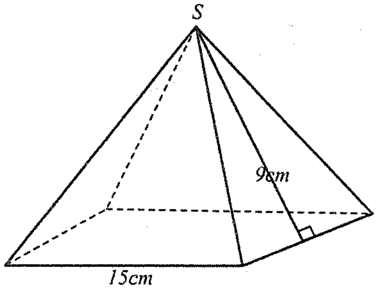


ក. ចូររកក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC

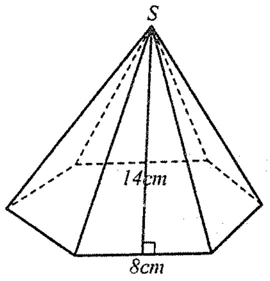
ខ. ចូររកក្រឡាផ្ទៃចតុកោណ $DECB$ ។

? លំហាត់

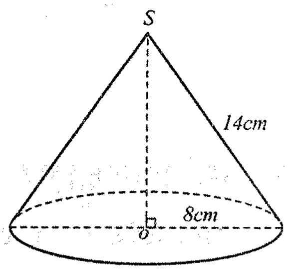
1. ចូររកផ្ទៃក្រឡាខាងនិងផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃរូបខាងក្រោម ។



រូប(a)



រូប(b)



រូប(c)

2. ចូររកមាឌកោណដែលមានកម្ពស់និងកាំបាតក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម ។

ក. $R = 5cm$, $h = 12cm$ ខ. $R = 3.4cm$, $h = 8.9cm$

គ. $R = 3.7cm$, $h = 7cm$ ឃ. $R = 5.2cm$, $h = 11cm$

ង. $R = \sqrt{5}mm$, $h = 13.4mm$ ច. $R = 7dm$, $h = 16dm$ ។

3. ចូររកផ្ទៃក្រឡាស្វ៊ែនិងមាឌប៊ូលក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោម ។

ក. $R = 3cm$ ខ. $D = 18dm$ គ. $R = 3.7cm$ ឃ. $D = 23.2cm$ ។

4. ចូររកកាំស្វ៊ែដោយស្គាល់ផ្ទៃក្រឡាដូចខាងក្រោម ។

ក. $S = \frac{36}{25}\pi cm^2$ ខ. $S = \frac{46}{16}\pi m^2$ គ. $S = \frac{12}{5}\pi dm^2$ ឃ. $S = 1\ 764\pi cm$ ។

5. ចូររកកាំនៃប៊ូលដោយស្គាល់មាឌ

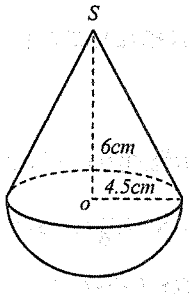
ក. $V = 288\pi cm^3$

ខ. $V = \frac{32}{16}\pi m^3$ ។

6. គេឱ្យកោណនិងកន្លះស្វ៊ែដូចរូបខាងស្តាំ ។

ក. ចូររកមាឌទាំងអស់នៃសូលីត ។

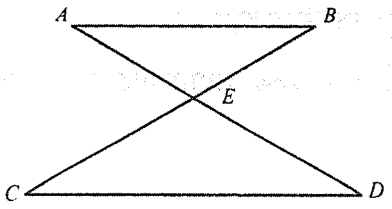
ខ. ចូររកផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់នៃសូលីត ។



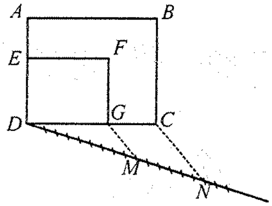
7. គេឱ្យបន្ទាត់ $AB // CD$ ដែល $\frac{BE}{CE} = \frac{1}{2}$ ។

ផ្ទៃក្រឡា ΔCED ស្មើនឹង $16cm^2$

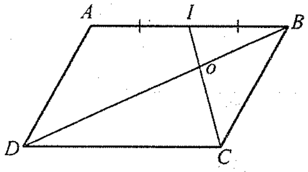
ចូររកផ្ទៃក្រឡា ΔAEB ។



8. តើផ្ទៃក្រឡាការេ $DEFG$ តូចជាងផ្ទៃក្រឡា $ABCD$ ប៉ុន្មានដង ?



9. គេឱ្យប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ និង I ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ AB ។ បន្ទាត់ BD និង CI ប្រសព្វគ្នាត្រង់ O ។ តើផ្ទៃក្រឡា ΔBIO តូចជាងផ្ទៃក្រឡា ΔDOC ប៉ុន្មានដង ?



10. រូបថតនៃជញ្ជាំងមួយមានកំពស់ $3cm$ និងមានផ្ទៃក្រឡាស្មើនឹង $9cm^2$ ។ គេដឹងថាជញ្ជាំងមានកម្ពស់ពិត $6m$ ។ តើវាមានផ្ទៃក្រឡាពិតប្រាកដប៉ុន្មាន m^2 ។

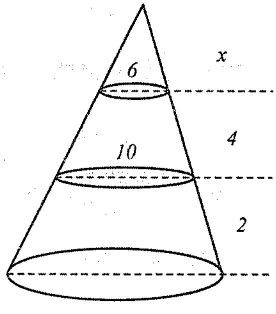
11. ផ្ទៃក្រឡានៃទីធ្លាសាលាមួយមានរង្វាស់ $144cm^2$ នៅក្នុងផែនទី 1 ហើយមានរង្វាស់ស្មើនឹង $256cm^2$ នៅក្នុងផែនទីពីរ ។ ដោយដឹងថាវិមាត្រមួយនៃទីធ្លានោះស្មើនឹង $18cm$ នៅក្នុងផែនទីទីមួយ ។ តើវិមាត្រនេះស្មើនឹងប៉ុន្មាន cm នៅក្នុងផែនទីទីពីរ ?

12. ទីធ្លាមួយមានផ្ទៃក្រឡាពិត $9\ 600m^2$ ។ តើផ្ទៃក្រឡានេះមានប៉ុន្មាន cm^2 នៅក្នុងប្លង់មួយដែលមានមាត្រដ្ឋាន $\frac{1}{2\ 500}$ ។

13. គេកាត់កោណឱ្យស្របនឹងបាតជាបីចំណែក (ដូចរូបខាងស្ដាំ) ។ មុខកាត់មានអង្កត់ផ្ចិតរៀងគ្នា $6cm$ និង $10cm$ ។

ក. ចូរគណនា x

ខ. ចូររកមាឌនៃកោណនោះ ។



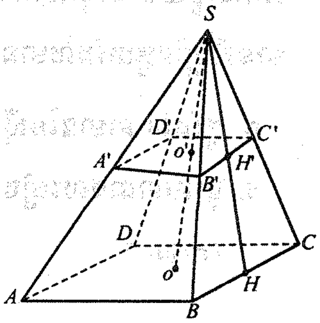
14. $SABCD$ ជាពីរ៉ាមីតដែលមានបាតជាការេ ។ ជ្រុងនៃការេនេះមានប្រវែង $60cm$ ។ កម្ពស់ $[SO]$ នៃពីរ៉ាមីតមានប្រវែង $80cm$ គេកាត់ពីរ៉ាមីតនេះឱ្យស្របនឹងបាត ។ គេបានការេ $EFGK$ ។ គេឱ្យ $OO' = x$ ។

ក. ចូររកជ្រុងនៃការេ $EFGK$ តាមតម្លៃ x ។

ខ. បើ $x = 30cm$ គណនាមាឌនៃកំណាត់ពីរ៉ាមីតខណ្ឌដោយ $ABCD$ និង $EFGK$ ។

15. តាមរូបខាងស្ដាំនេះគេឱ្យ $BA = 6$, $SA = 8$, $SA' = \frac{2}{3}SA$ ។

រង្វាស់គិតជា cm ។

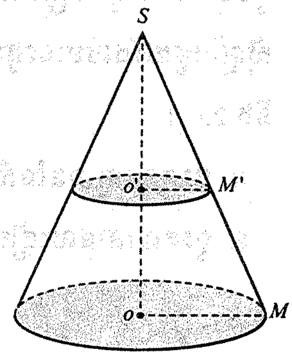


ក. ចូរគណនា $A'B'$ ។

ខ. ចូរគណនាផ្ទៃក្រឡានៃការេ $A'B'C'D'$ រួចផ្ទៀងផ្ទាត់ ថាផ្ទៃក្រឡា $A'B'C'D' = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times$ ផ្ទៃក្រឡា $ABCD$ ។

គ. ចូរបង្ហាញថា $SO' = \frac{2}{3}SO$ រួចទាញបញ្ជាក់ថាមាឌ មាឌ $A'B'C'D' = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times$ មាឌ $SABCD$ ។

16. ក្នុងរូបខាងស្ដាំនេះគេឱ្យ $SM' = \frac{1}{2}SM$, $SO = 10cm$, $OM = 6cm$ ។



ក. ចូរគណនា $O'M'$ រួចផ្ទៀងផ្ទាត់ ផ្ទៃក្រឡាថាស $(O') = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ផ្ទៃក្រឡាថាស (O) ។

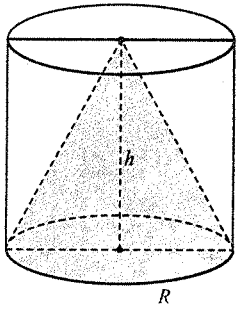
ខ. ចូរបង្ហាញថា $SO' = \frac{1}{2}SO$ ។

គ. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា មាឌនៃកោណនៃកំពូល S និងបាត O' ស្មើនឹងមាឌនៃកោណនៃកំពូល S និងបាត (O) គុណនឹង $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ ។

17. អ្នកលក់ឪឡឹកម្នាក់កំណត់លក់ផ្លែឪឡឹកតូចពីរ ថ្លៃស្មើនឹងផ្លែឪឡឹកធំមួយ ។ ដោយថាកាំនៃផ្លែឪឡឹកតូចស្មើនឹង $\frac{1}{4}$ នៃកាំឪឡឹកធំ ។ តើអ្នកទិញត្រូវជ្រើសរើសមួយណាដើម្បីឱ្យបានចំណេញជាង ?

18. ឈ្មួញម្នាក់លក់ម៉ាស៊ីនបោកខោអាវពីរប្រភេទដែលមានរាងស៊ីឡាំងដូចគ្នា ។ តែវិមាត្រនៃម៉ាស៊ីនទីមួយស្មើនឹង $\frac{9}{10}$ នៃវិមាត្រម៉ាស៊ីនទីពីរ ។ តម្លៃនៃម៉ាស៊ីនតូចស្មើនឹង $\frac{7}{10}$ នៃម៉ាស៊ីនធំ ។ តើគេត្រូវជ្រើសរើសយកម៉ាស៊ីនប្រភេទណាទើបចំណេញជាង ?

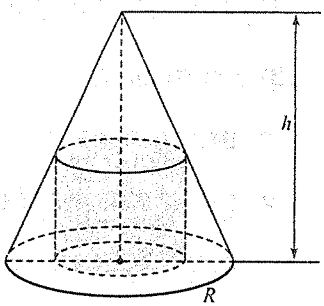
19. ស៊ីឡាំងមួយមានរង្វាស់កាំ R និងកម្ពស់ h គេយកកោណដែលមានរង្វាស់កាំ R និងកម្ពស់ h ដាក់ក្នុងស៊ីឡាំងតាមរូប ។



ក. ចូរគណនាមាឌកោណនិងមាឌនៃស៊ីឡាំង

ខ. ចូរគណនាផលធៀបរវាងមាឌនៃកោណនិងមាឌនៃស៊ីឡាំង ។

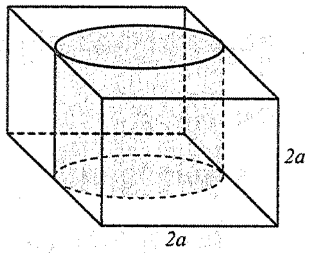
20. កោណមួយមានរង្វាស់កាំ R និងកម្ពស់ h នៅក្នុងកោណនោះ មានស៊ីឡាំងមួយដែលមានរង្វាស់ស្មើនឹង $\frac{R}{2}$ ។



ក. ចូរគណនាមាឌនៃស៊ីឡាំងនោះ

ខ. ចូរគណនាផលធៀបរវាងមាឌនៃស៊ីឡាំងនិងមាឌនៃកោណ ។

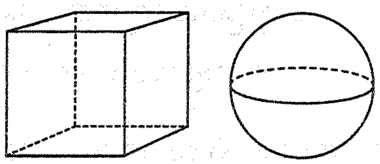
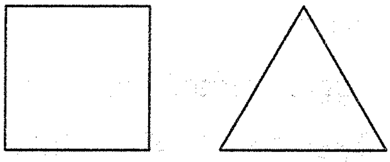
21. គូបមួយមានរង្វាស់ជ្រុងស្មើនឹង $2a$ នៅក្នុងគូបនោះគេមានស៊ីឡាំងមួយដែលមានរង្វាស់កាំស្មើនឹង a និងមានកម្ពស់ស្មើនឹង $2a$ ។



ក. ចូរគណនាមាឌនៃស៊ីឡាំង

ខ. ចូរគណនាផលធៀបរវាងមាឌនៃស៊ីឡាំងនិងមាឌនៃគូប ។

22. គូបមួយមានរង្វាស់ជ្រុង $2cm$ ហើយស្វ៊ែមួយមានកាំ r ។ ចូរកំណត់កាំ r ដោយដឹងថាមាឌនៃគូបស្មើនឹងពីរដងនៃមាឌស្វ៊ែ ។ គេបង្គត់ $\pi = 3$ ។



23. ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណសម័ង្សដែលមានជ្រុង $1cm$ ។ តើត្រូវជាប៉ុន្មានភាគរយនៃផ្ទៃក្រឡានៃការេដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $1cm$ ។